1R DE BATXILLERAT

Iniciació a la física

Teoria i problemes.

Macià Esteve Pallarès Pallarès · llibrefiq3r.cat/iniciaciofisica

Coma decimal. Unitats del Sistema Internacional. Si no es diu una altra cosa, $g = 9{,}8\ m/s^2$. A l'energia només es conserva l'energia mecànica: no hi ha fregament en aquests balanços.

TEMA 1 — MOVIMENT

Cinemàtica

Posició, velocitat i acceleració. MRU, MRUA, gràfiques i moviment vertical.

1.1 Posició, trajectòria i desplaçament

La cinemàtica descriu el moviment sense preguntar encara quina força el provoca. Per fer-ho cal dir on és el mòbil, com canvia aquesta posició amb el temps i com canvia la velocitat. En aquest capítol el moviment és rectilini: la trajectòria, que és la línia que recorre el mòbil, és un tros de recta, i n'hi ha prou amb una sola coordenada.

La **posició** x és la coordenada del mòbil respecte d'un origen que triem nosaltres i d'un sentit que també triem. No és una propietat del mòbil: si canviem l'origen, el nombre canvia. El que no depèn de l'origen de la mateixa manera és el canvi de posició.

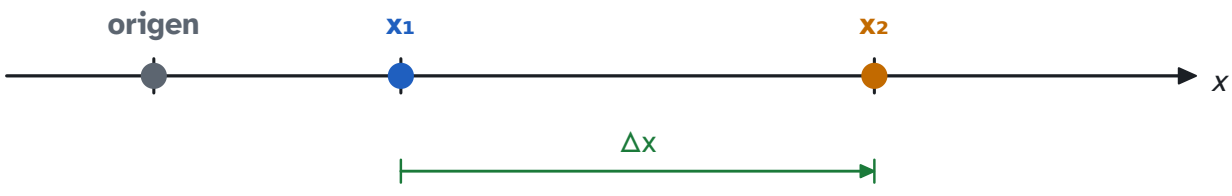


Figura 1.1.1. La posició es llegeix sobre l'eix. El desplaçament és la diferència entre la posició final i la inicial, i porta signe.

El **desplaçament** entre dos instants és la posició final menys la inicial, $\Delta x = x_2 - x_1$. El signe diu el sentit: positiu si el mòbil acaba més endavant segons l'eix que hem triat, negatiu si acaba més enrere. La **distància recorreguda** és una altra cosa: és la longitud del camí, sempre positiva, i se suma encara que

el mòbil faci mitja volta. Si un ascensor puja 8 m i en baixa 3, el desplaçament és 5 m cap amunt i la distància recorreguda és 11 m.

> **Error freqüent**
>
> Confondre desplaçament i distància recorreguda. El desplaçament porta signe i només mira el punt de sortida i el d'arribada. La distància recorreguda no es cancel·la quan hi ha una anada i una tornada.

1.2 Velocitat

La **velocitat mitjana** entre dos instants és el desplaçament dividit pel temps transcorregut:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

La unitat del Sistema Internacional és el metre per segon, m/s. La velocitat mitjana també porta signe, el mateix del desplaçament. No s'ha de confondre amb la rapidesa mitjana, que és la distància recorreguda dividida pel temps i que sempre és positiva. Un cotxe que se'n va i torna al punt de partida té velocitat mitjana nul·la i rapidesa mitjana diferent de zero.

La **velocitat instantània** és el valor de la velocitat mitjana quan l'interval de temps es fa molt petit. En els moviments d'aquest capítol no caldrà calcular límits: o bé la velocitat és constant, o bé canvia de manera uniforme i la dona una equació. Quan es diu «la velocitat» sense adjectiu, en un problema de batxillerat se sol voler la instantània.

> **Recorda**
>
> Una velocitat negativa no vol dir que el mòbil «vagi a poc a poc». Vol dir que es mou en el sentit negatiu de l'eix. El mòdul de la velocitat és el valor absolut, i és el que marca un velocímetre.

1.3 Acceleració

L'**acceleració mitjana** mesura com canvia la velocitat amb el temps:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

La unitat és el metre per segon al quadrat, m/s^2. L'acceleració porta signe. Si l'eix apunta cap endavant, una acceleració positiva vol dir que la velocitat creix en aquest sentit: o bé el mòbil va cada cop més de pressa cap endavant, o bé frena mentre va cap enrere. Una acceleració negativa vol dir el contrari. Frenar, per tant, no és «tenir acceleració negativa» de manera automàtica: depèn de cap on apunti l'eix i de cap on vagi la velocitat.

En aquest curs tractarem sobretot l'acceleració constant. Quan l'acceleració és constant, l'acceleració mitjana i la instantània coincideixen, i el moviment es diu **rectilini uniformement accelerat**.

1.4 Moviment rectilini uniforme

En el moviment rectilini uniforme, el MRU, la velocitat és constant i l'acceleració és zero. La posició creix (o decreix) al mateix ritme tota l'estona. L'equació de la posició és

$$x = x_0 + v\,t$$

on x_0 és la posició a l'instant que triem com a $t = 0$, i v és la velocitat constant. Si es coneixen tres d'aquestes magnituds, la quarta en surt aïllant. El temps, per exemple, és $t = (x - x_0)/v$, sempre que la velocitat no sigui zero.

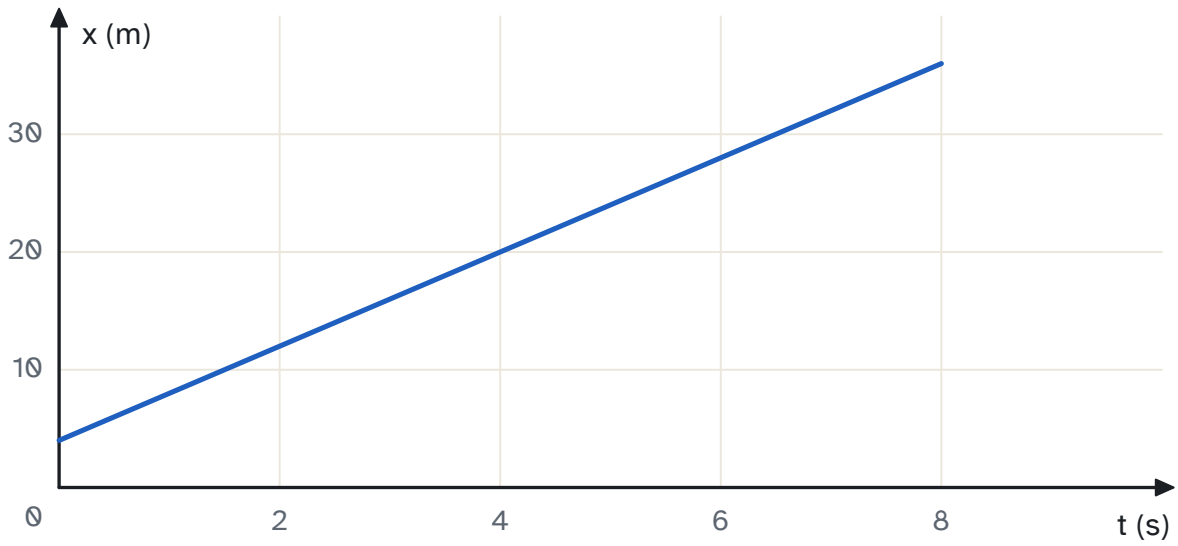


Figura 1.4.1. En un MRU la gràfica posició-temps és una recta. El pendent d'aquesta recta és la velocitat.

A la gràfica x–t el pendent és $\Delta x / \Delta t$, és a dir, la velocitat. Una recta més dreta vol dir una velocitat més gran. Una recta horitzontal vol dir que el mòbil està aturat. Una recta que baixa vol dir velocitat negativa.

Exemple resolt

PLANTEJAMENT Un tren passa per l'origen amb velocitat constant de 24 m/s. Volem la posició al cap de 45 s.

EQUACIÓ Com que la velocitat no canvia, fem servir $x = x_0 + v\,t$, amb $x_0 = 0$.

CÀLCUL $x = 24 \cdot 45 = 1080$ m.

RESULTAT Al cap de 45 s el tren és a **1080 m** de l'origen, en el sentit positiu.

1.5 Moviment rectilini uniformement accelerat

En el MRUA l'acceleració és constant i diferent de zero. La velocitat canvia de manera uniforme i la posició no segueix una recta respecte del temps. Les dues equacions que cal saber usar, amb l'origen de temps a $t = 0$, són

$$v = v_0 + a\,t$$

$$x = x_0 + v_0\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$$

v_0 és la velocitat a l'instant inicial. Si no ens donen el temps però sí el desplaçament, és útil l'equació que el temps no conté:

$$v^2 = v_0^2 + 2\,a\,\Delta x$$

amb $\Delta x = x - x_0$. Aquesta relació surt d'eliminar el temps entre les dues anteriors. El signe de v s'ha de triar amb el sentit del moviment: l'arrel quadrada dona un mòdul, i el signe el posem nosaltres.

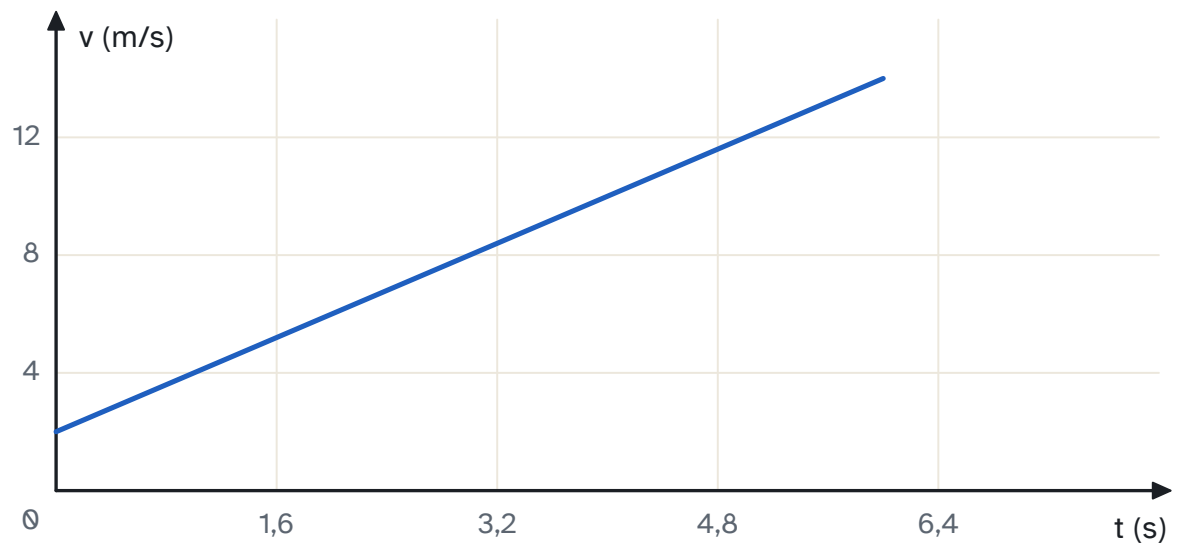


Figura 1.5.1. En un MRUA la velocitat és una recta respecte del temps. El pendent és l'acceleració.

A la gràfica v–t el pendent és l'acceleració. L'àrea entre la gràfica i l'eix del temps, comptada positiva per sobre i negativa per sota, és el desplaçament. A la gràfica a–t d'un MRUA es veu una recta horitzontal, perquè l'acceleració no canvia.

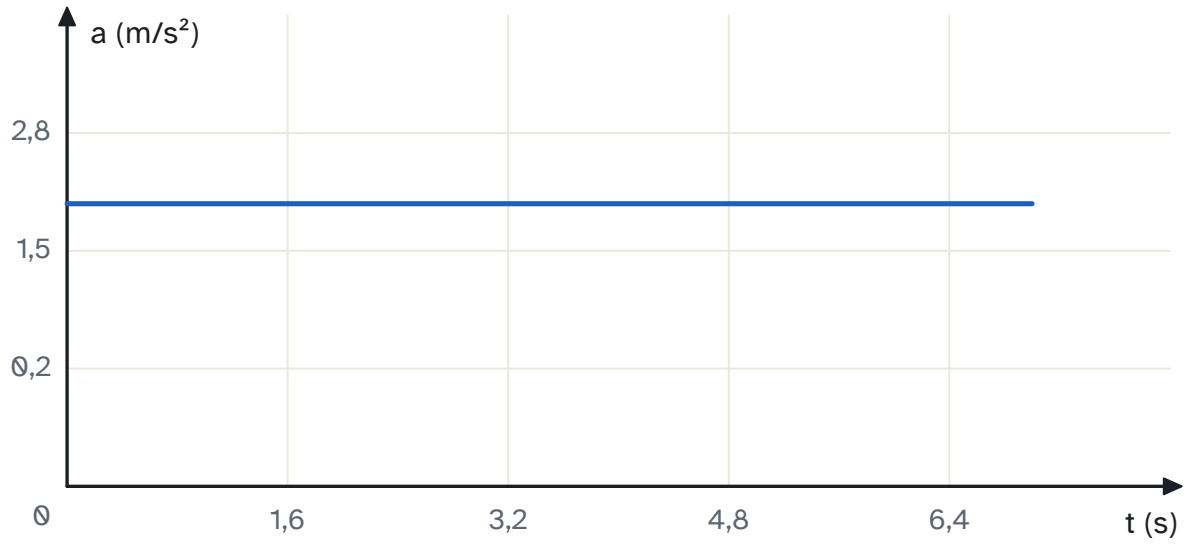


Figura 1.5.2. Acceleració constant: la gràfica acceleració-temps és horitzontal.

Exemple resolt

PLANTEJAMENT Un cotxe parteix del repòs amb acceleració constant de 1,5 m/s². Volem la velocitat i la posició al cap de 6 s. L'origen és el punt de partida.

CÀLCUL $v = 0 + 1{,}5 \cdot 6 = 9$ m/s. La posició és $x = 0 + 0 \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 1{,}5 \cdot 6^2 = 27$ m.

RESULTAT Al cap de 6 s va a **9 m/s** i ha recorregut **27 m**.

1.6 Com es llegeix una gràfica

Abans de calcular res, cal mirar què hi ha a cada eix i en quines unitats. Una recta a la gràfica *x*–*t* no vol dir el mateix que una recta a la gràfica *v*–*t*.

- A *x*–*t*, el pendent és la velocitat. Una corba que s'empina cada cop més és un MRUA amb acceleració del mateix sentit que la velocitat.
- A *v*–*t*, el pendent és l'acceleració i l'àrea és el desplaçament. Si la recta travessa l'eix, el mòbil s'atura un instant i canvia de sentit.
- A *a*–*t*, l'àrea entre la gràfica i l'eix és el canvi de velocitat, Δv.

Quan el moviment té dos trams, se'n fa un de cada vegada. La posició i la velocitat del final del primer tram són la posició i la velocitat inicials del segon. No es pot aplicar una sola equació de MRUA a tot el recorregut si l'acceleració canvia de tram.

1.7 Caiguda lliure i llançament vertical

A prop de la Terra, i si es pot negligir la resistència de l'aire, tots els cossos cauen amb la mateixa acceleració, $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$, cap avall. El moviment és un MRUA vertical. En aquest llibre, si no es diu una altra cosa, l'eix vertical apunta **cap amunt** i l'origen és a terra o al punt que indiqui l'enunciat. Amb aquest conveni l'acceleració és negativa:

$$a = -g = -9{,}8\ \text{m/s}^2$$

$$v = v_0 - g\,t$$

$$y = y_0 + v_0\,t - \frac{1}{2}\,g\,t^2$$

En una **caiguda lliure** es deixa anar el cos, de manera que $v_0 = 0$. Si l'altura de partida és h i l'origen és a dalt, amb el sentit positiu cap avall és més còmode escriure $h = \frac{1}{2}\,g\,t^2$ i $v = g\,t$. El mòdul de la velocitat d'arribada també es pot escriure $v = \sqrt{2\,g\,h}$, que no depèn de quin sentit hàgim anomenat positiu.

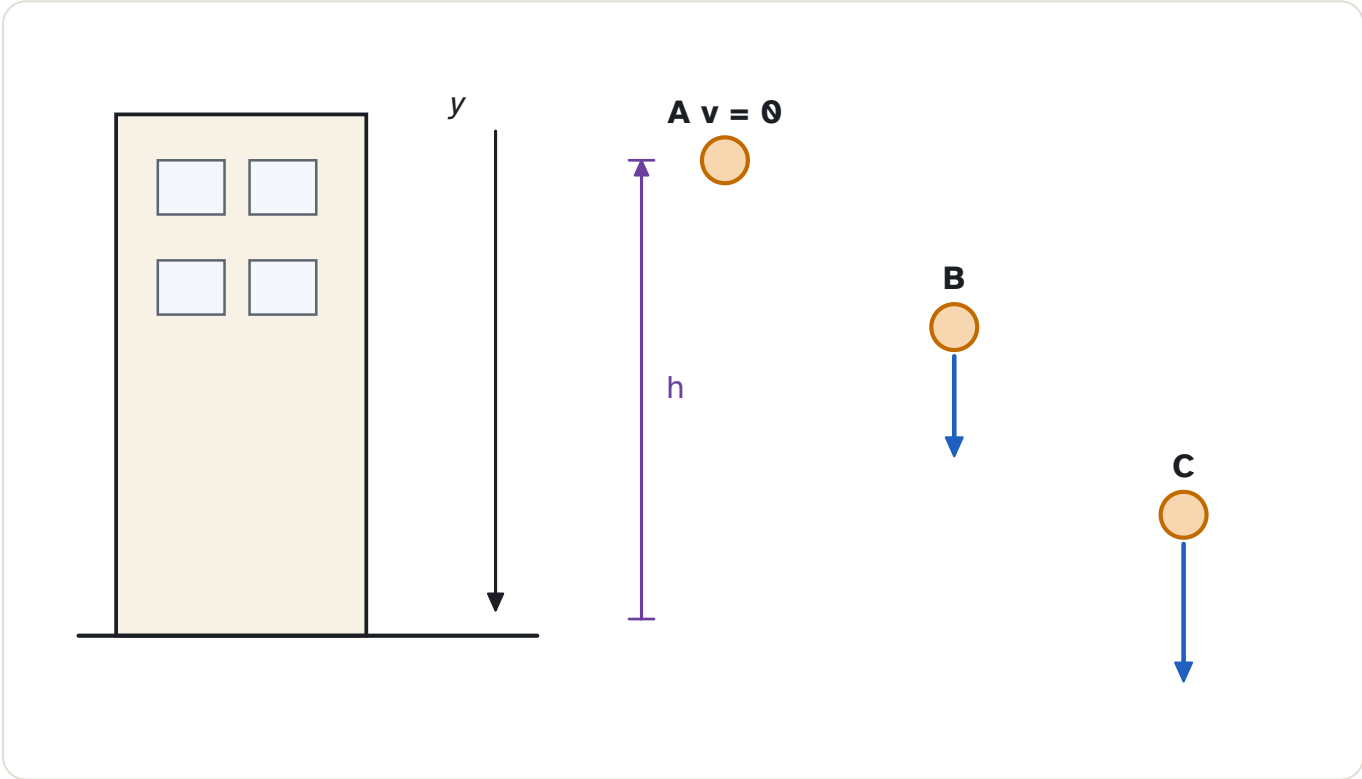


Figura 1.7.1. Caiguda des del repòs. La velocitat, cap avall, és més gran com més temps ha passat. L'acceleració val g en tots els punts.

En un **llançament vertical cap amunt** la velocitat inicial és positiva. El cos puja, s'atura un instant i torna a baixar. A dalt de tot la velocitat és zero, però l'acceleració continua sent $-g$: no és un punt d'equilibri. L'alçada màxima, mesurada des del punt de llançament, és $h = v_0^2 / (2g)$. El temps fins al punt més alt és v_0 / g, i el temps fins a tornar a la mateixa altura és el doble, perquè la pujada i la baixada són simètriques si es pot negligir l'aire.

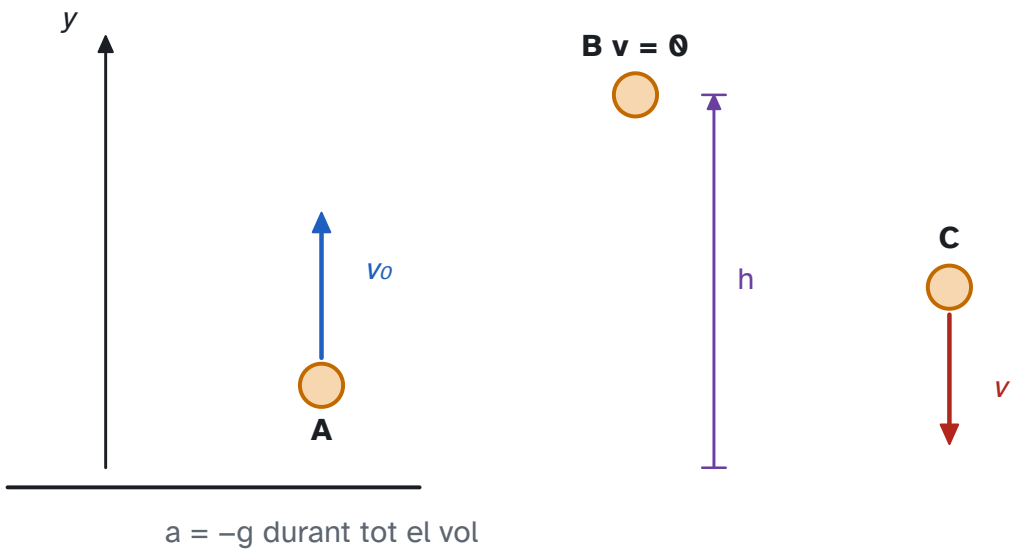


Figura 1.7.2. Llançament cap amunt. Al punt més alt la velocitat és nul·la i l'acceleració continua sent –g si l'eix apunta cap amunt.

Exemple resolt

PLANTEJAMENT Es deixa caure una pedra des de 19,6 m. Volem el temps de caiguda i la velocitat d'arribada. Prenem $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$ i el sentit positiu cap avall, amb origen al punt de partida, de manera que $v_0 = 0$.

CÀLCUL De $h = \frac{1}{2} g\, t^2$ surt $t = \sqrt{2 \cdot 19{,}6 \,/\, 9{,}8} = 2{,}00$ s. La velocitat és $v = \sqrt{2\, g\, h} = 19{,}60$ m/s, cap avall.

RESULTAT Triga **2,00 s** i arriba a **19,60 m/s**.

Exemple resolt

PLANTEJAMENT Es llança una pilota cap amunt a 14 m/s des del terra. Eix cap amunt.

CÀLCUL L'alçada màxima és $h = 14^2 \,/\, (2 \cdot 9{,}8) = 10{,}00$ m. El temps fins a dalt és $t = 14 \,/\, 9{,}8 = 1{,}43$ s.

RESULTAT Puja **10,00 m** i triga **1,43 s** a arribar-hi. Torna a terra al cap del doble, 2,86 s, amb velocitat de 14 m/s cap avall.

F Formulari del tema

Relació	Quan es fa servir
$v_m = \Delta x / \Delta t$	Velocitat mitjana en qualsevol moviment rectilini.
$x = x_0 + v\,t$	MRU, velocitat constant.
$v = v_0 + a\,t$	MRUA, per trobar la velocitat.
$x = x_0 + v_0\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$	MRUA, per trobar la posició.
$v^2 = v_0^2 + 2\,a\,\Delta x$	MRUA quan no intervé el temps.
$a = -g$ amb l'eix cap amunt	Caiguda i llançament vertical, sense aire.

En tot el llibre, si l'enunciat no diu una altra cosa, $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

E Errors freqüents

- Aplicar les equacions del MRU quan la velocitat canvia, o les del MRUA a un tram on l'acceleració no és la de l'enunciat.
- Oblidar el signe. Una velocitat cap avall és negativa si l'eix apunta cap amunt.
- Creure que al punt més alt d'un llançament l'acceleració és zero. La velocitat és zero; l'acceleració val g.
- Llegir el pendent d'una gràfica sense mirar quines magnituds hi ha als eixos.
- Sumar temps i distàncies de dos trams com si fossin un sol MRUA.

P Problemes

Els problemes són de 1r de batxillerat: primer els senzills i després algun de dificultat mitjana. Es resolen amb les equacions del tema, àlgebra senzilla i sinus i cosinus. Cada solució justifica el plantejament i substitueix les dades amb unitats. Si no es diu una altra cosa, $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

1.1 El tramvia del carrer Aragó SENZILL



Figura 1.1. El tramvia surt del Clot a 12 m/s.

El tramvia de la línia T2 surt de l'estació del Clot i recorre el carrer Aragó, recte, a 12 m/s constants.

a) Quina posició té respecte de l'estació al cap de 25 s?

b) Quin desplaçament ha fet en aquest temps?

Solució

PLANTEJAMENT El tramvia va per un tram recte a velocitat constant: l'acceleració és zero i l'equació del MRU dona la posició. L'origen és l'estació del Clot i el sentit positiu és el de la marxa. Com que surt de l'origen, el desplaçament coincideix amb la posició.

EQUACIÓ

$$x = x_0 + v\,t$$

CÀLCUL

$$x = 0\ \text{m} + 12\ \text{m/s} \cdot 25\ \text{s} = 300\ \text{m}$$

RESULTAT Al cap de 25 s el tramvia és a **300 m** de l'estació, i el desplaçament és també **300 m**.

1.2 La ciclista del carril bici SENZILL

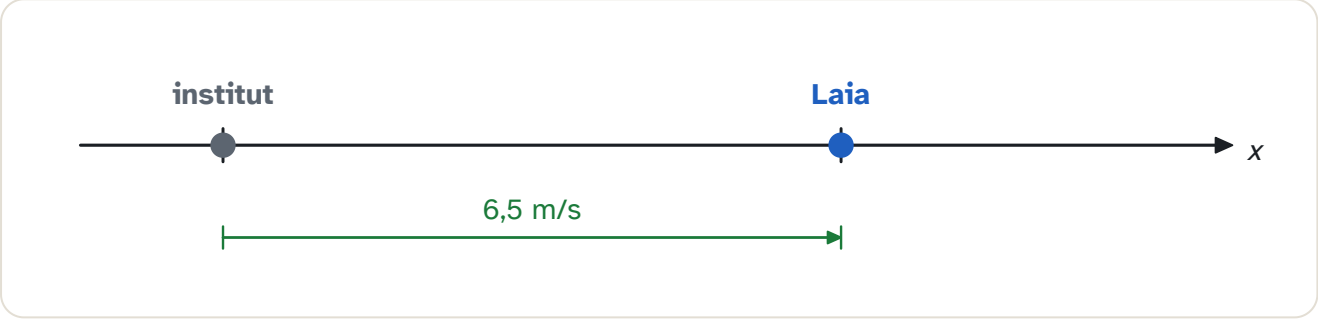


Figura 1.2. La Laia passa per l'institut a 6,5 m/s.

La Laia pedala pel carril bici de la Diagonal a 6,5 m/s constants. Quan passa per davant de l'institut comencem a comptar el temps.

a) On és al cap de 40 s?

b) Quant triga a fer 260 m des de l'institut?

Solució

PLANTEJAMENT La velocitat de la Laia no canvia, així que fem servir el MRU. L'origen és l'institut.

EQUACIÓ

$$x = v\,t$$

$$t = x / v$$

CÀLCUL

$$x = 6{,}5\ \text{m/s} \cdot 40\ \text{s} = 260\ \text{m}$$

$$t = 260\ \text{m} / 6{,}5\ \text{m/s} = 40\ \text{s}$$

RESULTAT Al cap de 40 s és a **260 m** de l'institut, i triga **40 s** a fer 260 m.

1.3 El patinet fins a la fleca SENZILL

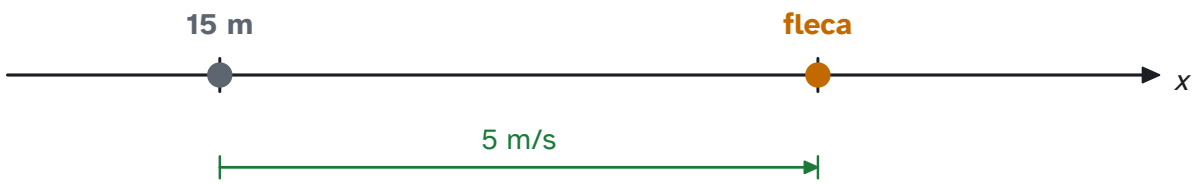


Figura 1.3. Del punt a 15 m de casa fins a la fleca, a 5 m/s.

L'Oriol va amb el patinet elèctric a 5 m/s constants. Quan és a 15 m de casa, encara li falten arribar fins a la fleca, que és a 105 m de casa, pel mateix carrer recte.

Quant triga a anar d'aquest punt a la fleca?

Solució

PLANTEJAMENT El patinet porta velocitat constant. El temps és el desplaçament fins a la fleca dividit per aquesta velocitat.

EQUACIÓ

$$t = (x - x_0) / v$$

CÀLCUL

$$t = (105\ \text{m} - 15\ \text{m}) / 5\ \text{m/s} = 18\ \text{s}$$

RESULTAT L'Oriol triga **18 s** a arribar a la fleca.

1.4 L'autocar de l'excursió SENZILL



Figura 1.4. L'autocar entra al tram a x = 100 m.

L'autocar de l'institut entra a l'autovia pel quilòmetre que marquem com a x = 100 m i manté 22 m/s en un tram recte.

Quina coordenada té al cap de 30 s?

Solució

PLANTEJAMENT En aquest tram l'autocar no accelera. L'equació del MRU suma a la posició inicial el producte de la velocitat pel temps.

EQUACIÓ

$$x = x_0 + v\,t$$

CÀLCUL

$$x = 100\ \text{m} + 22\ \text{m/s} \cdot 30\ \text{s} = 760\ \text{m}$$

RESULTAT Al cap de 30 s l'autocar és a **760 m**.

1.5 El dron de la filmació MITJÀ

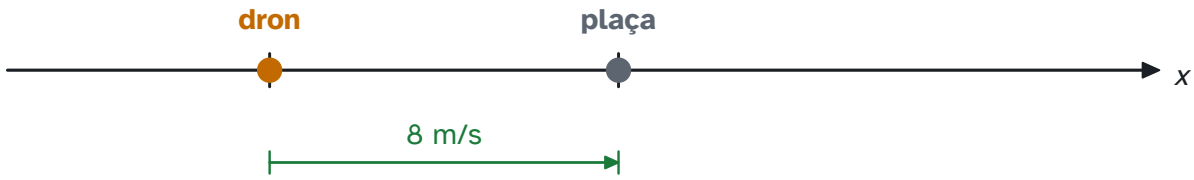


Figura 1.5. El dron és abans de l'origen i vola cap a la plaça.

Un dron filma un carrer recte. A l'instant inicial és 20 m abans de l'origen de la plaça (x = −20 m) i vola cap a la plaça a 8 m/s constants.

a) Quina posició té al cap de 15 s?

b) El signe de la posició inicial, què indica?

Solució

PLANTEJAMENT El dron va a velocitat constant cap al sentit positiu. El MRU admet una posició inicial negativa: vol dir que encara no ha arribat a l'origen.

EQUACIÓ

$$x = x_0 + v\,t$$

CÀLCUL

$$x = -20\ \text{m} + 8\ \text{m/s} \cdot 15\ \text{s} = 100\ \text{m}$$

RESULTAT Al cap de 15 s el dron és a **100 m**. El signe negatiu de la posició inicial indica que era abans de la plaça, en el sentit oposat al del moviment.

1.6 El metro entre Glòries i Clot SENZILL



Figura 1.6. 720 m entre les dues estacions, fets en 60 s.

Entre les estacions de Glòries i Clot hi ha 720 m de túnel recte. El metro els fa en 60 s a velocitat constant.

Quina velocitat porta?

Solució

PLANTEJAMENT Si la velocitat és constant, és el desplaçament dividit pel temps. Aquí el desplaçament és la distància entre estacions perquè no hi ha marxa enrere.

EQUACIÓ

$$v = \Delta x / \Delta t$$

CÀLCUL

$$v = 720\ \text{m} / 60\ \text{s} = 12\ \text{m/s}$$

RESULTAT El metro porta **12 m/s**.

1.7 La caminada fins a l'institut SENZILL

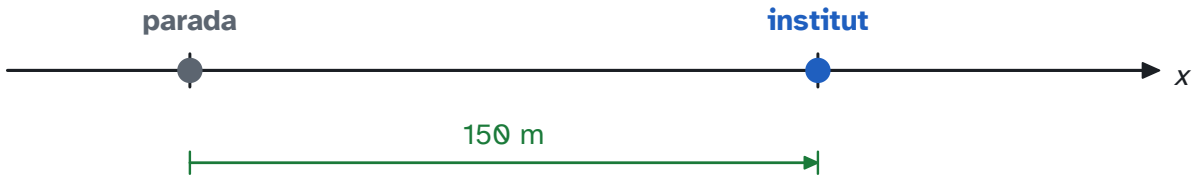


Figura 1.7. De la parada a l'institut, 150 m en 120 s.

La Núria camina 150 m en línia recta des de la parada de l'autobús fins a l'institut, i hi triga 120 s a un ritme constant.

Quina velocitat mitjana porta? En aquest cas, coincideix amb la velocitat, perquè no varia.

Solució

PLANTEJAMENT El ritme és constant, de manera que la velocitat mitjana i la velocitat instantània són la mateixa i valen el desplaçament partit pel temps.

EQUACIÓ

$$v = \Delta x / \Delta t$$

CÀLCUL

$$v = 150\ \text{m} / 120\ \text{s} = 1{,}25\ \text{m/s}$$

RESULTAT La Núria camina a **1,25 m/s**.

1.8 El missatger entre dos portals MITJÀ

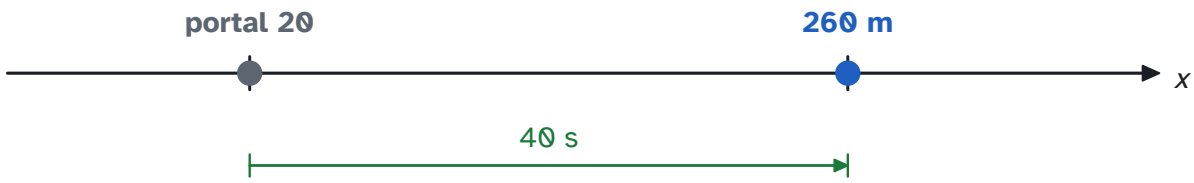


Figura 1.8. Dels 20 m als 260 m en 40 s.

Un missatger en bicicleta passa pel portal número 20 (x = 20 m) i, 40 s més tard, pel portal número que marquem com a x = 260 m. En aquest tros el carrer és recte i no frena.

Quina velocitat porta?

Solució

PLANTEJAMENT Entre els dos portals la velocitat és constant. No partim de l'origen: el desplaçament és la diferència de posicions.

EQUACIÓ

$$v = (x - x_0) / t$$

CÀLCUL

$$v = (260\ \text{m} - 20\ \text{m}) / 40\ \text{s} = 6\ \text{m/s}$$

RESULTAT El missatger porta **6 m/s**.

1.9 El tren regional SENZILL

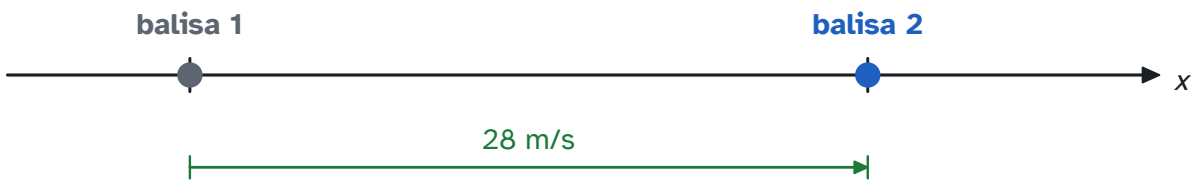


Figura 1.9. Entre les dues balises, a 28 m/s.

Un tren regional va a 28 m/s constants. Passa per una balisa situada a x = 200 m i la següent balisa és a x = 1600 m, a la mateixa via recta.

Quant triga a anar de l'una a l'altra?

Solució

PLANTEJAMENT La velocitat no canvia, així que el temps és el desplaçament entre balises dividit per 28 m/s.

EQUACIÓ

$$t = (x - x_0) / v$$

CÀLCUL

$$t = (1600\ \text{m} - 200\ \text{m}) / 28\ \text{m/s} = 50\ \text{s}$$

RESULTAT El tren triga **50 s**.

1.10 El ciclista fins al semàfor SENZILL

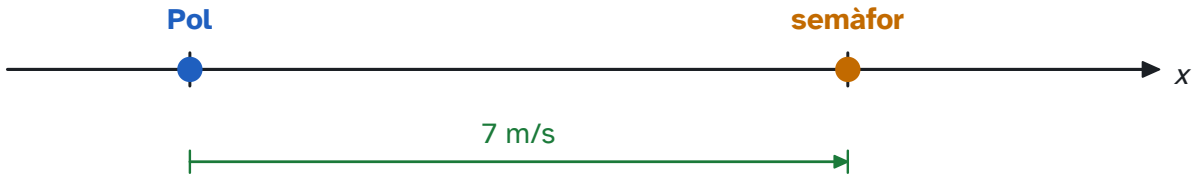


Figura 1.10. 210 m fins al semàfor, a 7 m/s.

En Pol va en bicicleta a 7 m/s constants per un carrer recte. El semàfor és a 210 m d'on és ara.

Quant triga a arribar-hi?

Solució

PLANTEJAMENT Velocitat constant i carrer recte: el temps surt de l'equació del MRU aïllant t.

EQUACIÓ

$$t = x / v$$

CÀLCUL

$$t = 210\ \text{m} / 7\ \text{m/s} = 30\ \text{s}$$

RESULTAT En Pol triga **30 s** a arribar al semàfor.

1.11 La barca al canal MITJÀ

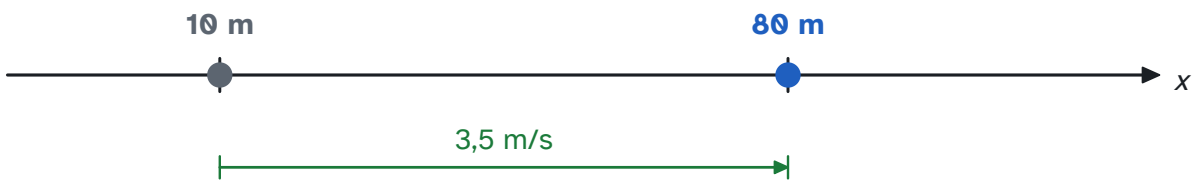


Figura 1.11. De la marca 10 m a la marca 80 m.

Una barca baixa un canal recte a 3,5 m/s. Passa per la marca dels 10 m i ha d'arribar a la marca dels 80 m.

Quant de temps hi està?

Solució

PLANTEJAMENT La velocitat de la barca és constant. El temps és la diferència de marques dividida per la velocitat.

EQUACIÓ

$$t = (x - x_0) / v$$

CÀLCUL

$$t = (80\ \text{m} - 10\ \text{m}) / 3{,}5\ \text{m/s} = 20\ \text{s}$$

RESULTAT La barca hi està **20 s**.

1.12 La bicicleta atrapa el patinet MITJÀ

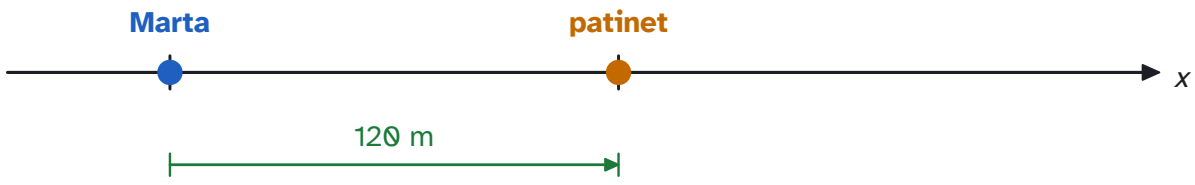


Figura 1.12. La Marta surt al darrere i va més de pressa.

Un patinet és a 120 m de l'origen i va a 4 m/s. La Marta surt de l'origen amb la bicicleta a 10 m/s, en el mateix sentit i pel mateix carril recte. Tots dos mantenen la velocitat.

a) Al cap de quant temps la Marta atrapa el patinet?

b) En quin punt?

Solució

PLANTEJAMENT Els dos fan un MRU. S'atrapen quan les posicions coincideixen: la bicicleta, que surt de zero, ha de recuperar els 120 m d'avantatge a una velocitat relativa de 10 − 4 m/s.

EQUACIÓ

$$x_0 + v\,t = 120\ \text{m} + 4\ \text{m/s} \cdot t$$

CÀLCUL

$$t = 120\ \text{m} / (10\ \text{m/s} - 4\ \text{m/s}) = 20\ \text{s}$$

$$x = 10\ \text{m/s} \cdot 20\ \text{s} = 200\ \text{m}$$

RESULTAT La Marta atrapa el patinet al cap de **20 s**, a **200 m** de l'origen.

1.13 El cotxe avança el camió MITJÀ

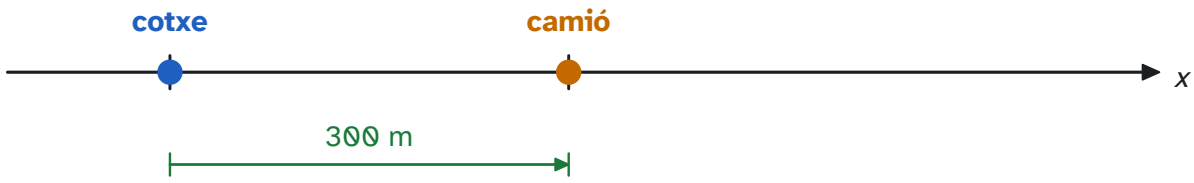


Figura 1.13. El cotxe surt 300 m al darrere del camió.

A l'autovia, un camió és a x = 300 m i va a 18 m/s. Un cotxe és a x = 0 i va a 30 m/s, pel mateix carril i en el mateix sentit.

a) Quan l'avança?

b) On?

Solució

PLANTEJAMENT Tots dos van a velocitat constant. L'avanç es produeix quan el cotxe, més ràpid, arriba a la posició del camió.

EQUACIÓ

$$30\ \text{m/s} \cdot t = 300\ \text{m} + 18\ \text{m/s} \cdot t$$

CÀLCUL

$$t = 300\ \text{m} / (30\ \text{m/s} - 18\ \text{m/s}) = 25\ \text{s}$$

$$x = 30\ \text{m/s} \cdot 25\ \text{s} = 750\ \text{m}$$

RESULTAT El cotxe avança el camió al cap de **25 s**, a **750 m**.

1.14 Dos trens que s'acosten MITJÀ

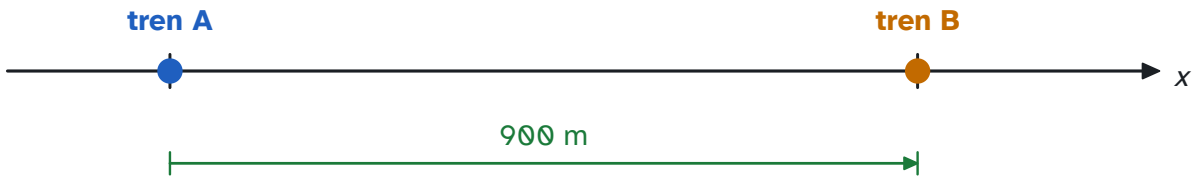


Figura 1.14. Un tren a 20 m/s i l'altre a 10 m/s, l'un cap a l'altre.

Dos trens s'acosten per una via recta. Un surt de x = 0 a 20 m/s cap a la dreta. L'altre surt de x = 900 m a 10 m/s cap a l'esquerra.

a) Quan es creuen?

b) En quin punt de la via?

Solució

PLANTEJAMENT Cada tren fa un MRU. La velocitat del segon és negativa perquè va cap a l'esquerra. Es creuen quan les dues posicions són iguals. La velocitat a què es tanquen la distància és 20 + 10 m/s.

EQUACIÓ

$$20\ \text{m/s} \cdot t = 900\ \text{m} - 10\ \text{m/s} \cdot t$$

CÀLCUL

$$t = 900\ \text{m} / (20\ \text{m/s} + 10\ \text{m/s}) = 30\ \text{s}$$

$$x = 20\ \text{m/s} \cdot 30\ \text{s} = 600\ \text{m}$$

RESULTAT Es creuen al cap de **30 s**, a **600 m**.

1.15 La moto i l'autocar MITJÀ

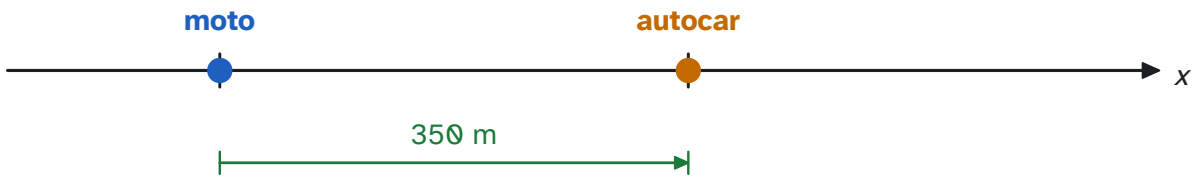


Figura 1.15. La moto és a 50 m i l'autocar a 400 m.

Una moto és a x = 50 m i va a 25 m/s. Un autocar és a x = 400 m i va a 15 m/s. Tots dos van cap a la dreta per una recta.

a) Quan la moto arriba a l'altura de l'autocar?

b) On?

Solució

PLANTEJAMENT Són dos MRU en el mateix sentit. La moto va més de pressa i parteix de més enrere. Igualem les posicions.

EQUACIÓ

$$50\ \text{m} + 25\ \text{m/s} \cdot t = 400\ \text{m} + 15\ \text{m/s} \cdot t$$

CÀLCUL

$$t = (400\ \text{m} - 50\ \text{m}) / (25\ \text{m/s} - 15\ \text{m/s}) = 35\ \text{s}$$

$$x = 50\ \text{m} + 25\ \text{m/s} \cdot 35\ \text{s} = 925\ \text{m}$$

RESULTAT La moto arriba a l'altura de l'autocar al cap de **35 s**, a **925 m**.

1.16 El cotxe que surt del semàfor SENZILL

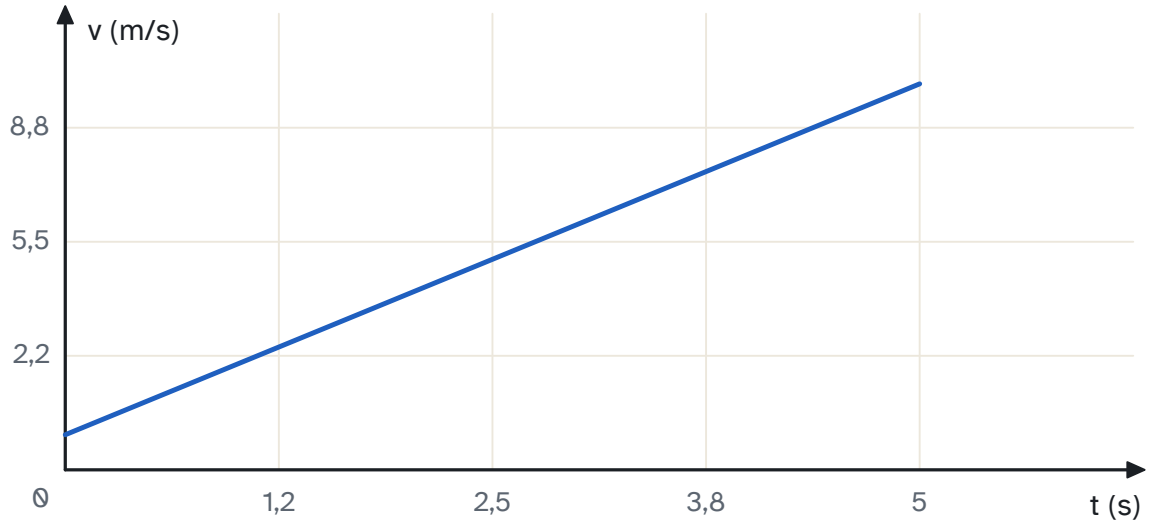


Figura 1.16. La velocitat del cotxe creix de manera uniforme des del repòs.

Un cotxe arrenca del semàfor (repòs) amb una acceleració constant de 2 m/s^2.

a) Quina velocitat porta al cap de 5 s?

b) Quina distància ha fet?

Solució

PLANTEJAMENT Surt del repòs amb acceleració constant: és un MRUA. La velocitat creix proporcionalment al temps i la posició segueix el terme amb t al quadrat.

EQUACIÓ

$$v = v_0 + a\,t$$

$$x = x_0 + v_0\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$$

CÀLCUL

$$v = 0\ \text{m/s} + (2\ \text{m/s}^2) \cdot 5\ \text{s} = 10\ \text{m/s}$$

$$x = 0\ \text{m} + 0\ \text{m/s} \cdot 5\ \text{s} + \frac{1}{2} \cdot 2\ \text{m/s}^2 \cdot 5\ \text{s}^2 = 25\ \text{m}$$

RESULTAT Al cap de 5 s el cotxe porta **10 m/s** i ha avançat **25 m**.

1.17 La moto a la sortida del poble SENZILL

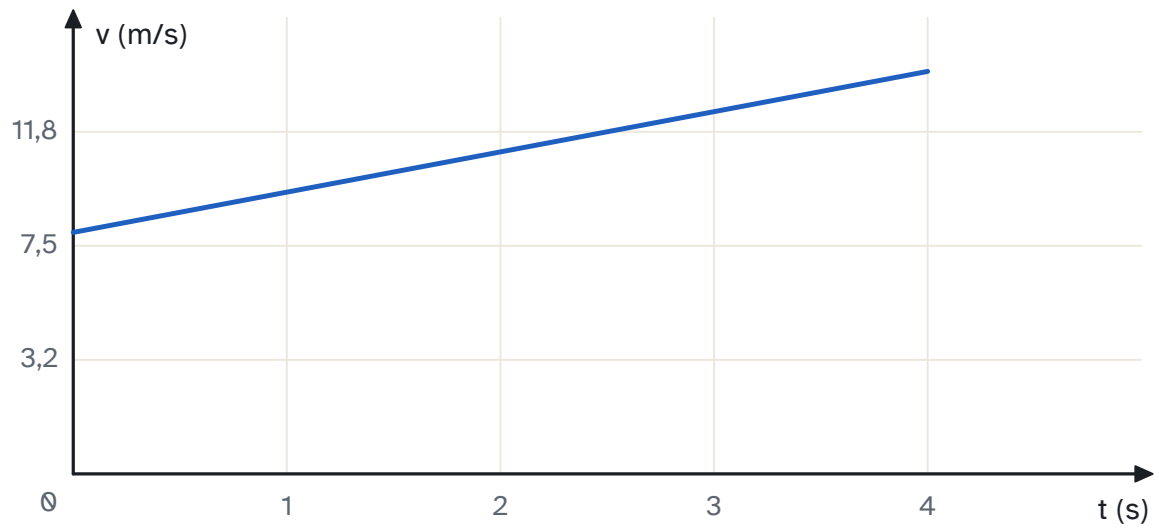


Figura 1.17. La moto ja porta velocitat i l'acceleració la fa créixer.

Una moto passa pel rètol de sortida del poble a 8 m/s i accelera a 1,5 m/s² durant 4 s, en línia recta.

a) Quina velocitat hi porta al final?

b) A quina distància del rètol és?

Solució

PLANTEJAMENT Ja té velocitat inicial i l'acceleració és constant, així que calen les dues equacions del MRUA, no les del MRU.

EQUACIÓ

$$v = v_0 + a\,t$$

$$x = x_0 + v_0\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$$

CÀLCUL

$$v = 8\ \text{m/s} + (1{,}5\ \text{m/s}^2) \cdot 4\ \text{s} = 14\ \text{m/s}$$

$$x = 0\ \text{m} + 8\ \text{m/s} \cdot 4\ \text{s} + \frac{1}{2} \cdot 1{,}5\ \text{m/s}^2 \cdot 4\ \text{s}^2 = 44\ \text{m}$$

RESULTAT Al cap de 4 s la moto porta **14 m/s** i és a **44 m** del rètol.

1.18 El tren que entra a l'estació MITJÀ

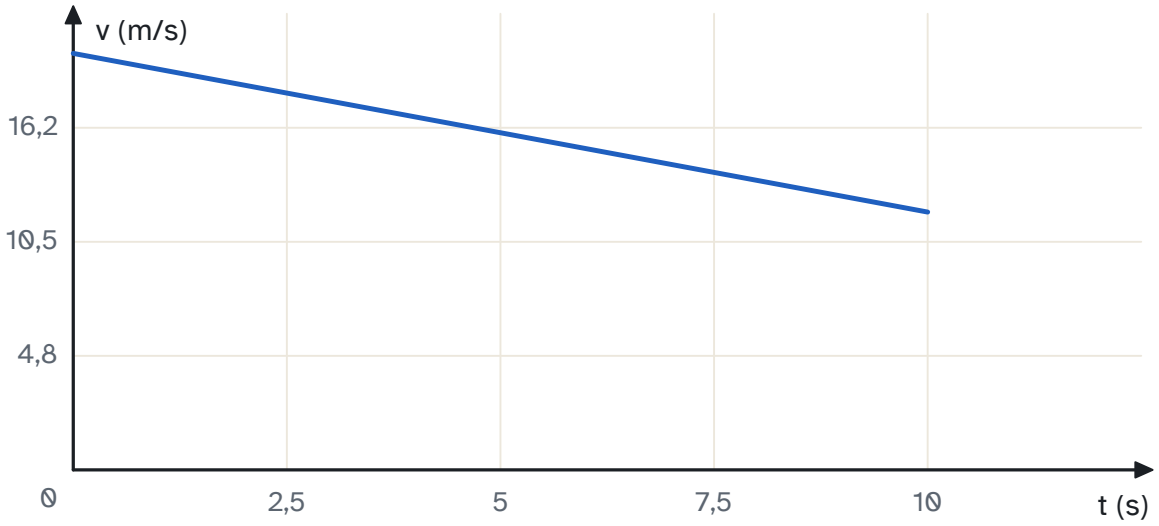


Figura 1.18. La velocitat baixa amb pendent constant.

Un tren arriba a l'estació a 20 m/s i frena amb acceleració constant de $-0{,}8\ \text{m/s}^2$. Estudiem els 10 s primers de la frenada. L'origen és el punt on comença a frenar.

a) Quina velocitat porta als 10 s?

b) Quina distància ha recorregut frenant?

Solució

PLANTEJAMENT Frenar amb acceleració constant és un MRUA. El signe negatiu de l'acceleració, amb l'eix en el sentit de la marxa, vol dir que la velocitat disminueix.

EQUACIÓ

$$v = v_0 + a\,t$$

$$x = x_0 + v_0\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$$

CÀLCUL

$$v = 20\ \text{m/s} + (-0{,}8\ \text{m/s}^2) \cdot 10\ \text{s} = 12\ \text{m/s}$$

$$x = 0\ \text{m} + 20\ \text{m/s} \cdot 10\ \text{s} + \frac{1}{2} \cdot -0{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 10\ \text{s}^2 = 160\ \text{m}$$

RESULTAT Als 10 s el tren encara porta **12 m/s** i ha recorregut **160 m** frenant.

1.19 L'ascensor MITJÀ

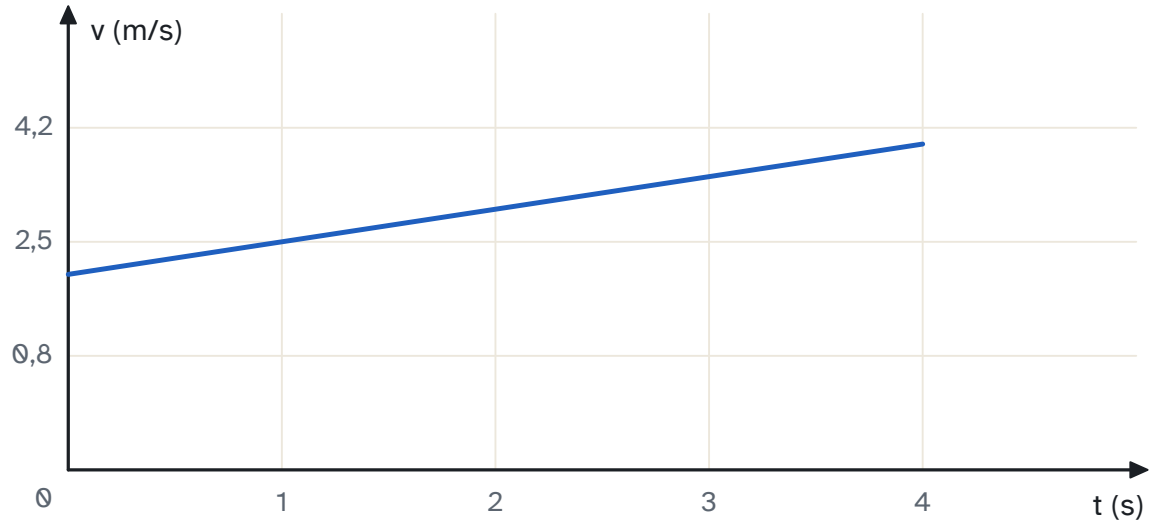


Figura 1.19. La velocitat cap amunt creix.

Un ascensor passa pel tercer pis, que prenem com a y = 6 m, a 2 m/s cap amunt, i a partir d'aquest instant accelera a 0,5 m/s² durant 4 s.

a) Quina velocitat porta al final?

b) A quina altura és?

Solució

PLANTEJAMENT L'ascensor ja puja i a més accelera cap amunt. L'origen d'altures no és zero: la posició inicial és 6 m i s'hi suma el que puja durant els 4 s.

EQUACIÓ

$$v = v_0 + a\,t$$

$$x = x_0 + v_0\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$$

CÀLCUL

$$v = 2\ \text{m/s} + (0{,}5\ \text{m/s}^2) \cdot 4\ \text{s} = 4\ \text{m/s}$$

$$x = 6\ \text{m} + 2\ \text{m/s} \cdot 4\ \text{s} + \frac{1}{2} \cdot 0{,}5\ \text{m/s}^2 \cdot 4\ \text{s}^2 = 18\ \text{m}$$

RESULTAT Al cap de 4 s l'ascensor puja a **4 m/s** i és a **18 m**.

1.20 El camió a la incorporació SENZILL

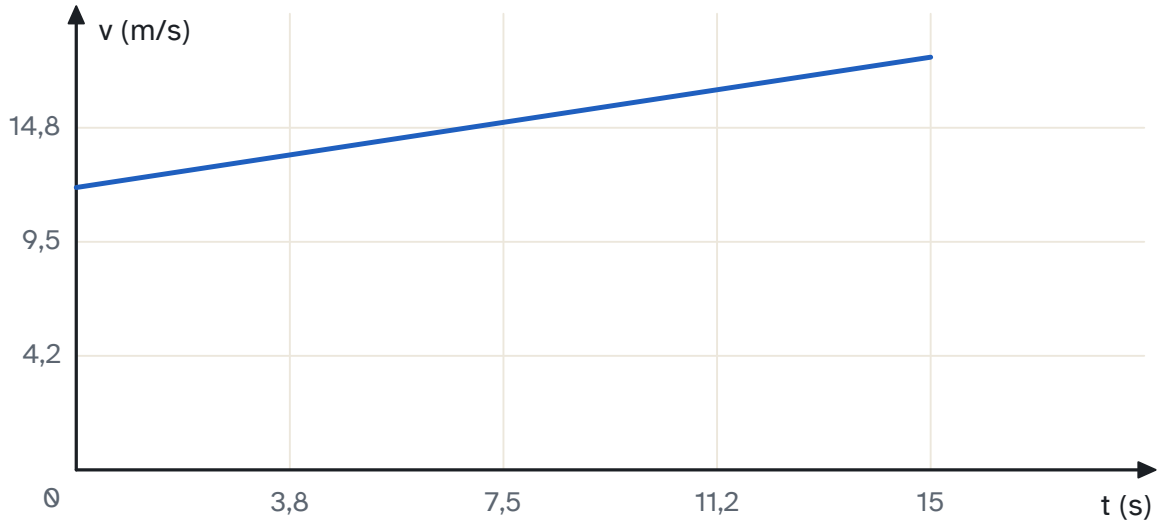


Figura 1.20. Acceleració petita i constant durant 15 s.

Un camió entra a l'autovia a 12 m/s i accelera a 0,4 m/s² durant 15 s en el carril d'incorporació, que és recte.

a) Quina velocitat hi assoleix?

b) Quina longitud d'incorporació ha fet servir?

Solució

PLANTEJAMENT L'acceleració és constant des del moment d'entrar. La velocitat final és la inicial més a·t, i la longitud és la posició del MRUA.

EQUACIÓ

$$v = v_0 + a\,t$$

$$x = x_0 + v_0\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$$

CÀLCUL

$$v = 12\ \text{m/s} + (0{,}4\ \text{m/s}^2) \cdot 15\ \text{s} = 18\ \text{m/s}$$

$$x = 0\ \text{m} + 12\ \text{m/s} \cdot 15\ \text{s} + \frac{1}{2} \cdot 0{,}4\ \text{m/s}^2 \cdot 15\ \text{s}^2 = 225\ \text{m}$$

RESULTAT El camió arriba a **18 m/s** i fa servir **225 m** d'incorporació.

1.21 El patinet que frena al pas SENZILL

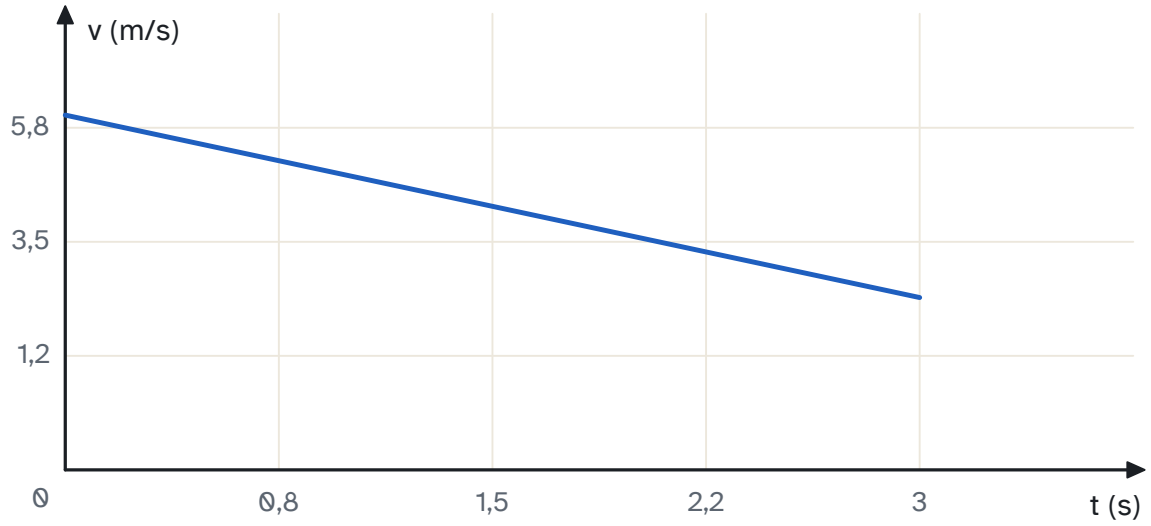


Figura 1.21. La velocitat baixa des de 6 m/s.

L'Aina va en patinet a 6 m/s i, en veure un pas de vianants, frena a −1,2 m/s² durant 3 s.

a) Quina velocitat hi porta al final?

b) Quants metres ha avançat mentre frenava?

Solució

PLANTEJAMENT La frenada és un MRUA amb acceleració negativa. Encara va cap endavant, perquè la velocitat no arriba a canviar de signe en aquests 3 s.

EQUACIÓ

$$v = v_0 + a\,t$$

$$x = x_0 + v_0\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$$

CÀLCUL

$$v = 6\ \text{m/s} + (-1{,}2\ \text{m/s}^2) \cdot 3\ \text{s} = 2{,}4\ \text{m/s}$$

$$x = 0\ \text{m} + 6\ \text{m/s} \cdot 3\ \text{s} + \frac{1}{2} \cdot -1{,}2\ \text{m/s}^2 \cdot 3\ \text{s}^2 = 12{,}6\ \text{m}$$

RESULTAT Al cap de 3 s l'Aina porta **2,4 m/s** i ha avançat **12,6 m**.

1.22 Frenar abans del pas de vianants MITJÀ

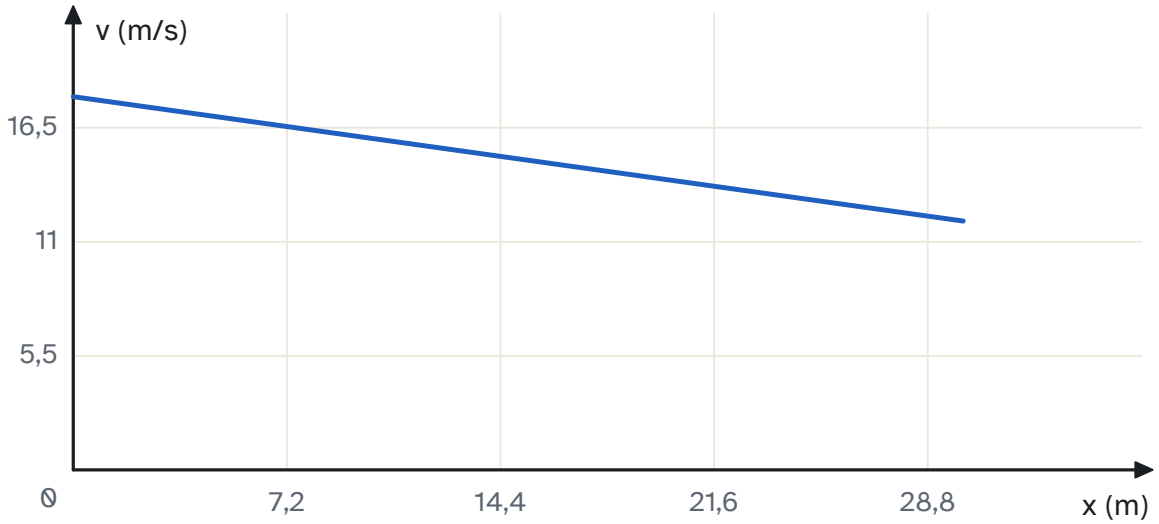


Figura 1.22. La velocitat baixa al llarg dels 30 m.

Un cotxe va a 18 m/s i frena a $-3\ \text{m/s}^2$, constant, en acostar-se a un pas de vianants. Volem la velocitat que porta després de recórrer 30 m de frenada. No ens donen el temps.

Solució

PLANTEJAMENT No coneixem el temps, però sí la velocitat inicial, l'acceleració i el desplaçament. L'equació que no conté el temps és la que convé. El cotxe encara va cap endavant, així que la velocitat és positiva.

EQUACIÓ

$$v^2 = v_0^2 + 2\,a\,\Delta x$$

CÀLCUL

$$v = \sqrt{(18\ \text{m/s})^2 + 2 \cdot (-3\ \text{m/s}^2) \cdot 30\ \text{m}} = 12\ \text{m/s}$$

RESULTAT Després de 30 m el cotxe porta **12 m/s**.

1.23 La pista d'acceleració MITJÀ

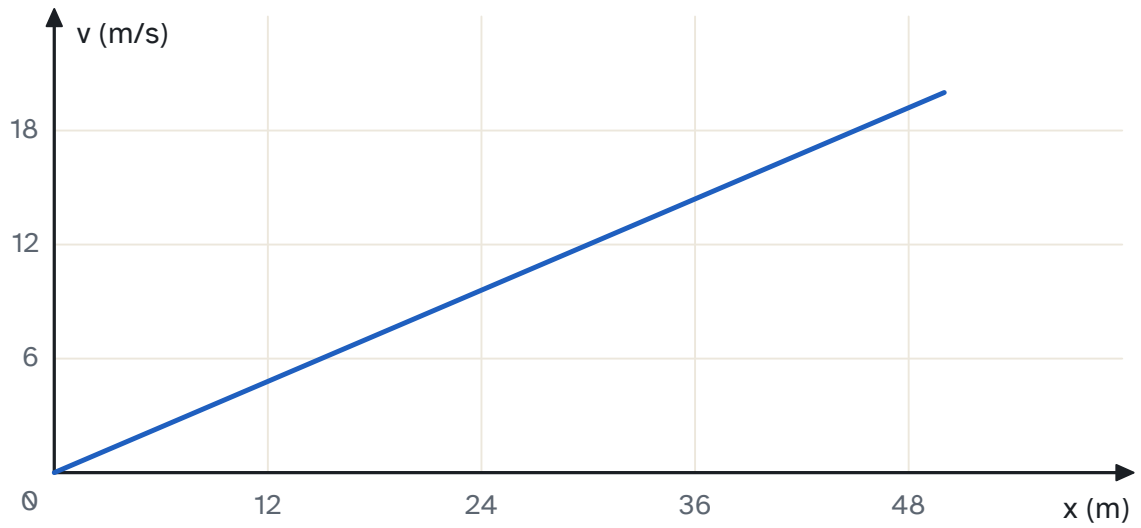


Figura 1.23. El cotxe surt del repòs i als 50 m ja porta velocitat.

En una pista recta, un cotxe surt del repòs i manté 4 m/s². Quina velocitat porta en passar pels 50 m?

Solució

PLANTEJAMENT Surt del repòs i l'acceleració és constant. Com que demanen la velocitat a una distància, i no a un temps, fem servir $v^2 = 2\,a\,\Delta x$.

EQUACIÓ

$$v^2 = 2\,a\,\Delta x$$

CÀLCUL

$$v = \sqrt{2 \cdot 4\ \text{m/s}^2 \cdot 50\ \text{m}} = 20\ \text{m/s}$$

RESULTAT Als 50 m el cotxe porta **20 m/s**.

1.24 L'autobús que s'acosta a la parada MITJÀ

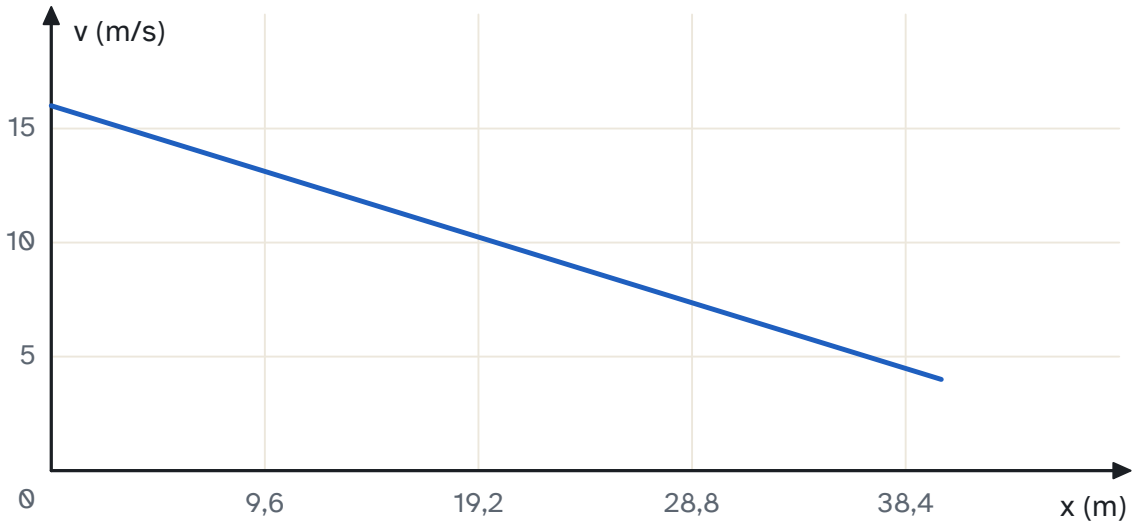


Figura 1.24. De 16 m/s a 4 m/s en 40 m.

Un autobús passa de 16 m/s a 4 m/s en 40 m, amb acceleració constant, en acostar-se a la parada. Quant val l'acceleració?

Solució

PLANTEJAMENT Coneixem les dues velocitats i la distància, no el temps. Aïllem l'acceleració de $v^2 = v_0^2 + 2\,a\,\Delta x$.

EQUACIÓ

$$a = (v^2 - v_0^2) / (2\,\Delta x)$$

CÀLCUL

$$a = ((4\ \text{m/s})^2 - (16\ \text{m/s})^2) / (2 \cdot 40\ \text{m}) = -3\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT L'autobús frena amb una acceleració de **-3 m/s²**. El signe negatiu vol dir que la velocitat disminueix.

1.25 Gràfica d'un patinet que accelera MITJÀ

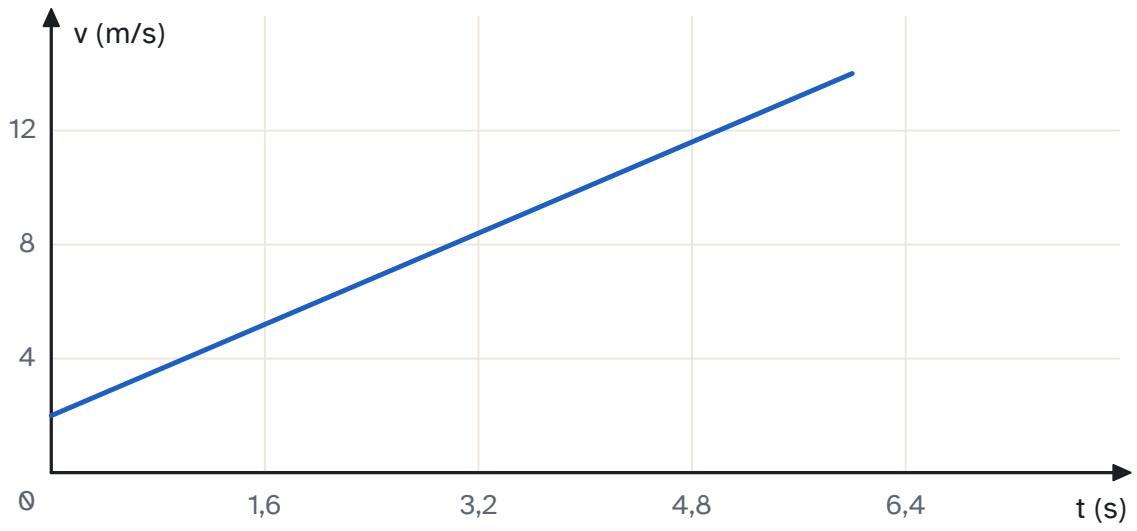


Figura 1.25. Recta de 2 m/s a 14 m/s en 6 s. El pendent és l'acceleració i l'àrea, el desplaçament.

La gràfica velocitat-temps d'un patinet és una recta: a t = 0 porta 2 m/s i a t = 6 s porta 14 m/s.

a) Quina acceleració llegeixes del pendent?

b) Quin desplaçament fas amb l'àrea sota la recta?

Solució

PLANTEJAMENT En una gràfica velocitat-temps el pendent és l'acceleració i l'àrea sota la gràfica és el desplaçament. Aquí l'àrea és un trapezi de bases 2 m/s i 14 m/s i altura 6 s.

EQUACIÓ

$$a = \Delta v / \Delta t$$

$$\Delta x = (v_0 + v)\ t / 2$$

CÀLCUL

$$a = (14\ \text{m/s} - 2\ \text{m/s}) / 6\ \text{s} = 2\ \text{m/s}^2$$

$$\Delta x = (2\ \text{m/s} + 14\ \text{m/s}) \cdot 6\ \text{s} / 2 = 48\ \text{m}$$

RESULTAT L'acceleració és **2 m/s²** i el desplaçament és **48 m**.

1.26 El cotxe que frena i després manté MITJÀ

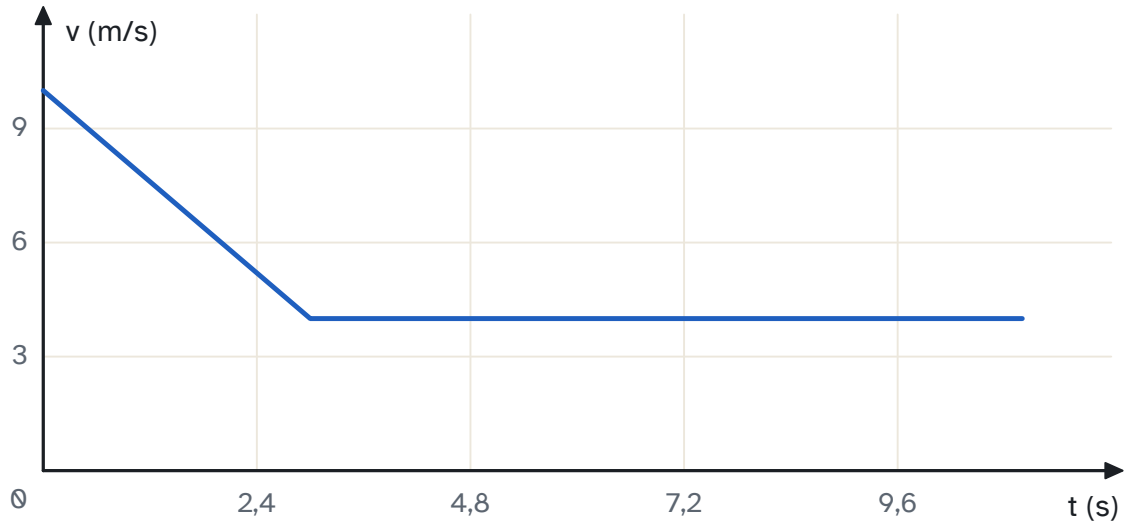


Figura 1.26. Primer la velocitat baixa i després és una recta horitzontal.

Un cotxe va a 10 m/s i frena a $-2\ \text{m/s}^2$ durant 3 s. Després manté constant la velocitat que porta, durant 8 s més.

a) Quina velocitat porta al final de la frenada?

b) Quina posició té, respecte de l'inici, al final dels 8 s següents?

Solució

PLANTEJAMENT Hi ha dos trams i no es poden ajuntar en un sol MRUA, perquè l'acceleració canvia. Al primer tram l'acceleració és $-2\ \text{m/s}^2$. Al segon és zero, i la velocitat inicial d'aquest tram és la velocitat final del primer.

EQUACIÓ

$$v = v_0 + a\,t$$

$$x = x_1 + v\,t_2$$

CÀLCUL

$$v = 10\ \text{m/s} + (-2\ \text{m/s}^2) \cdot 3\ \text{s} = 4\ \text{m/s}$$

$$x_1 = 10\ \text{m/s} \cdot 3\ \text{s} + \frac{1}{2} \cdot (-2\ \text{m/s}^2) \cdot 3\ \text{s}^2 = 21\ \text{m}$$

$$x = 21\ \text{m} + 4\ \text{m/s} \cdot 8\ \text{s} = 53\ \text{m}$$

RESULTAT En acabar de frenar porta **4 m/s** i és a **21 m**. Al final de tot és a **53 m**.

1.27 La pedra del penya-segat SENZILL

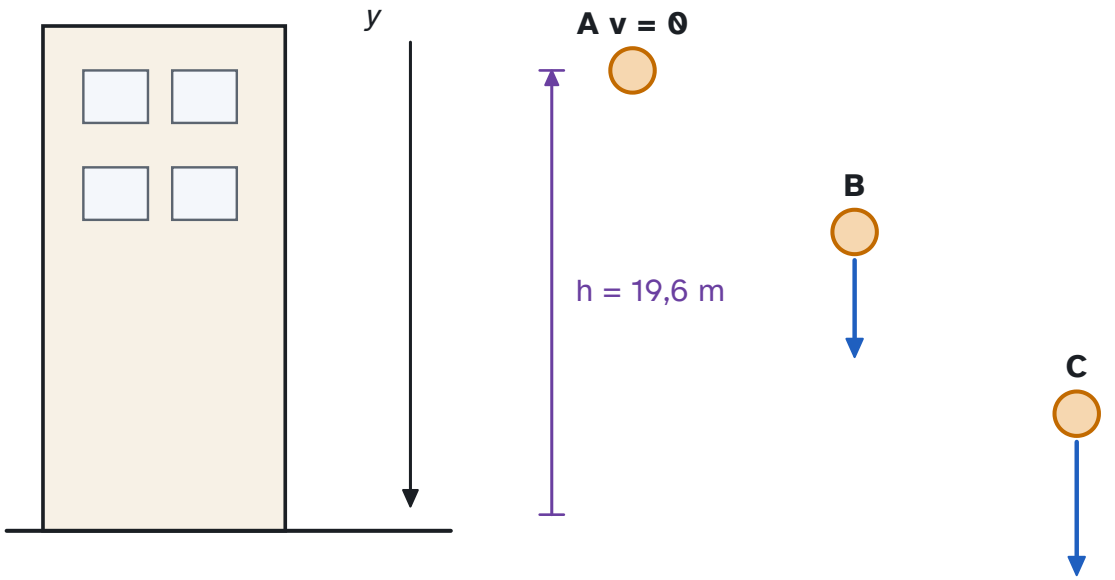


Figura 1.27. Caiguda des de 19,6 m, des del repòs.

Des d'un penya-segat de 19,6 m es deixa caure una pedra, sense velocitat inicial. Es negligeix l'aire i es pren $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quant triga a arribar a l'aigua?

b) Amb quina velocitat hi arriba?

Solució

PLANTEJAMENT És una caiguda lliure des del repòs: l'acceleració és g cap avall i la velocitat inicial és zero. El temps surt de l'altura i la velocitat, del mateix desnivell.

EQUACIÓ

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$v = \sqrt{2 g h}$$

CÀLCUL

$$t = \sqrt{2 \cdot 19{,}6\ \text{m} / 9{,}8\ \text{m/s}^2} = 2\ \text{s}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 19{,}6\ \text{m}} = 19{,}6\ \text{m/s}$$

RESULTAT La pedra triga **2 s** i arriba a l'aigua a **19,6 m/s**.

1.28 El test de la finestra SENZILL

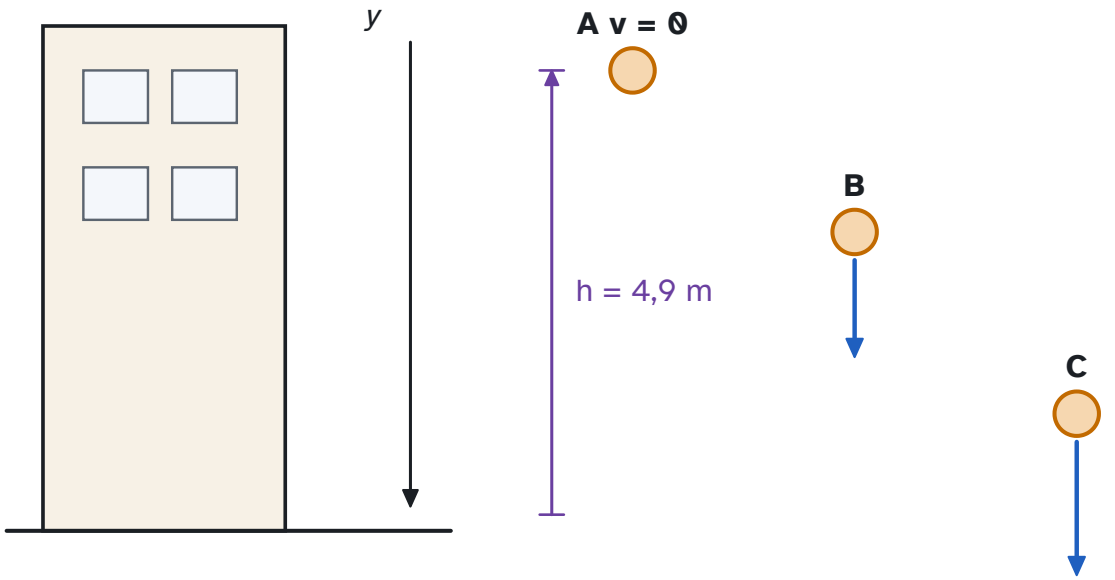


Figura 1.28. Caiguda des de 4,9 m, des del repòs.

Un test rellisca de l'ampit d'una finestra situada a 4,9 m del terra i cau des del repòs. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quant triga a arribar a terra?

b) A quina velocitat ho fa?

Solució

PLANTEJAMENT El test parteix del repòs i només l'accelera la gravetat. Per això el temps depèn de l'altura i no de la massa del test.

EQUACIÓ

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$v = \sqrt{2 g h}$$

CÀLCUL

$$t = \sqrt{2 \cdot 4{,}9\ \text{m} / 9{,}8\ \text{m/s}^2} = 1\ \text{s}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 4{,}9\ \text{m}} = 9{,}8\ \text{m/s}$$

RESULTAT El test triga **1 s** i arriba a **9,8 m/s**.

1.29 El salt des del pont SENZILL

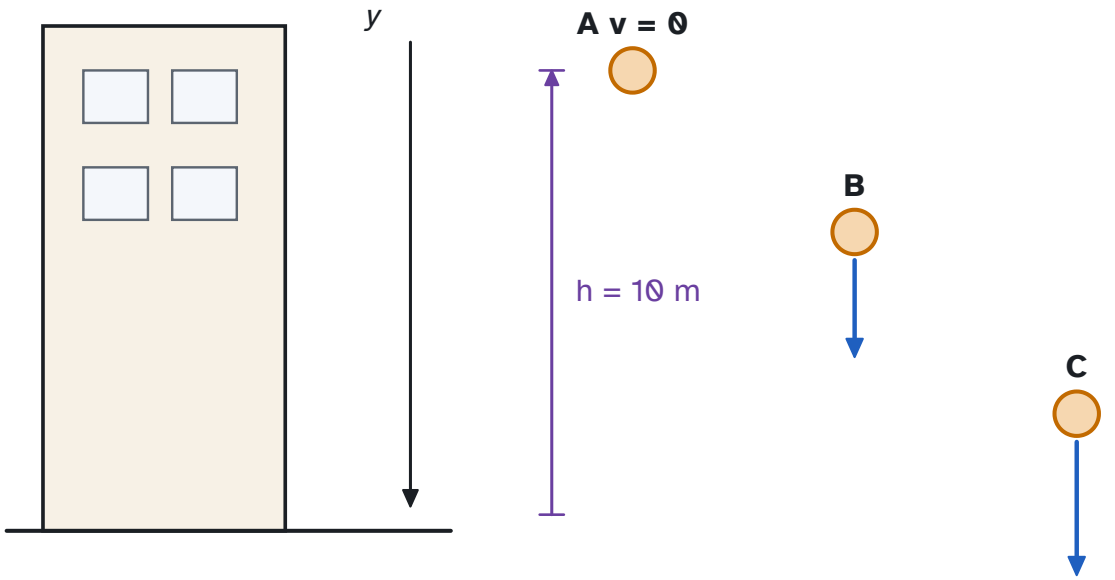


Figura 1.29. Caiguda des de 10 m, des del repòs.

Una persona salta des d'un pont de 10 m sobre el riu. Es pot prendre la caiguda com a lliure i des del repòs. $g = 9{,}8\ m/s^2$.

a) Quant dura la caiguda?

b) A quina velocitat arriba a l'aigua?

Solució

PLANTEJAMENT Si es negligeix l'aire, el salt és una caiguda lliure. L'altura fixa el temps i la velocitat d'arribada.

EQUACIÓ

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$v = \sqrt{2 g h}$$

CÀLCUL

$$t = \sqrt{2 \cdot 10\ m / 9{,}8\ m/s^2} = 1{,}43\ s$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot 10\ m} = 14\ m/s$$

RESULTAT La caiguda dura **1,43 s** i arriba a l'aigua a **14 m/s**.

1.30 La pilota del terrat SENZILL

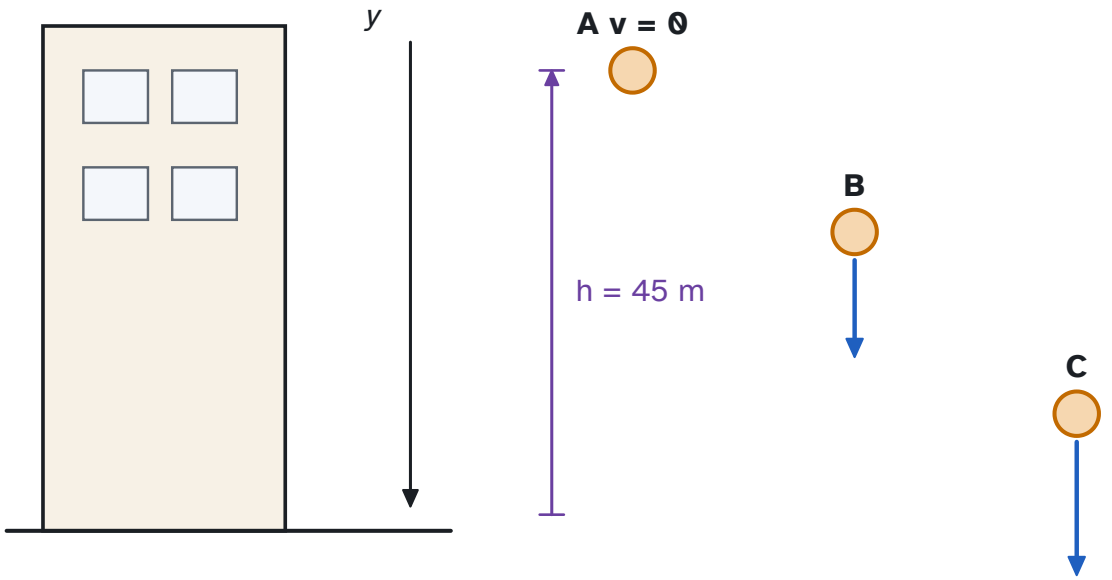


Figura 1.30. Caiguda des de 45 m, des del repòs.

Una pilota cau des del terrat d'un edifici de 45 m, partint del repòs. $g = 9{,}8\ m/s^2$.

a) Quant triga?

b) Amb quina velocitat arriba al carrer?

Solució

PLANTEJAMENT Caiguda lliure des del repòs: $v_0 = 0$ i $a = g$ cap avall. No cal la massa de la pilota.

EQUACIÓ

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$v = \sqrt{2 g h}$$

CÀLCUL

$$t = \sqrt{2 \cdot 45\ m / 9{,}8\ m/s^2} = 3{,}03\ s$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot 45\ m} = 29{,}70\ m/s$$

RESULTAT La pilota triga **3,03 s** i arriba a **29,70 m/s**.

1.31 El paquet de la grua SENZILL

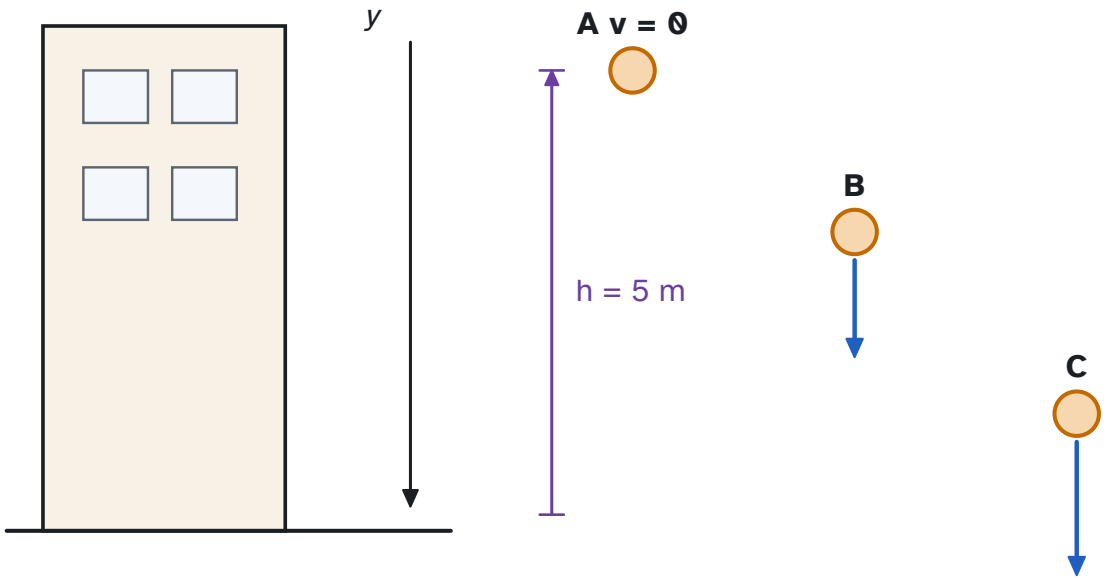


Figura 1.31. Caiguda des de 5 m, des del repòs.

Un paquet es desprèn d'una grua i cau 5 m fins a terra, des del repòs. $g = 9{,}8\ m/s^2$.

a) Quant triga?

b) A quina velocitat topa a terra?

Solució

PLANTEJAMENT El paquet surt del repòs. El temps i la velocitat es troben només amb l'altura i g.

EQUACIÓ

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$v = \sqrt{2 g h}$$

CÀLCUL

$$t = \sqrt{2 \cdot 5\ m / 9{,}8\ m/s^2} = 1{,}01\ s$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot 5\ m} = 9{,}90\ m/s$$

RESULTAT El paquet triga **1,01 s** i topa a **9,90 m/s**.

1.32 La pilota de la classe de gimnàs SENZILL

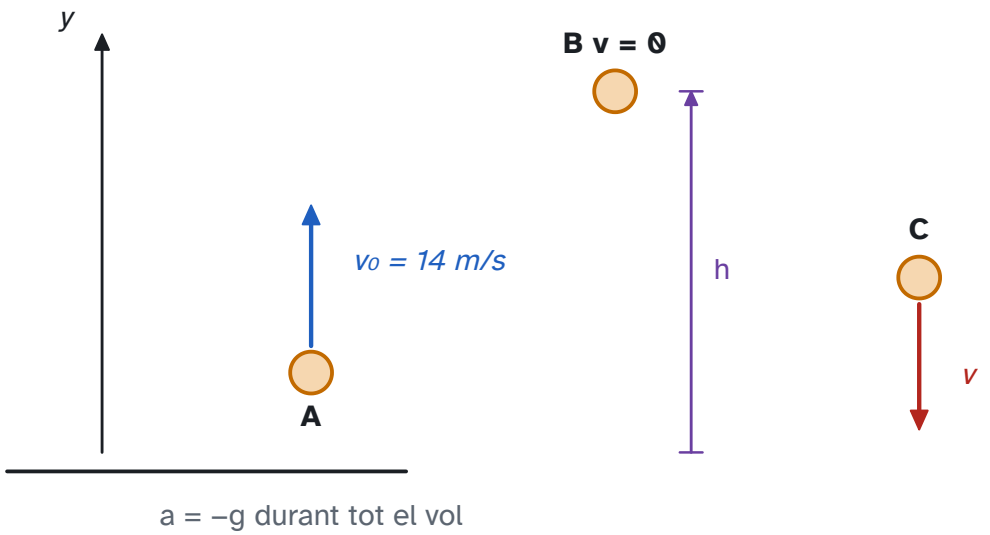


Figura 1.32. Llançament cap amunt. Al punt més alt la velocitat és zero i l'acceleració no.

A gimnàs es llança una pilota verticalment cap amunt a 14 m/s des del terra. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$ i l'eix apunta cap amunt.

a) Quina alçada màxima assoleix?

b) Quant triga a arribar-hi?

c) Quant triga a tornar a la mà, si es queda a la mateixa altura?

Solució

PLANTEJAMENT Amb l'eix cap amunt l'acceleració és $-g$ durant tot el vol, també al punt més alt. Allà la velocitat és zero, i per això l'alçada surt de $v_0^2 = 2\,g\,h$. La baixada fins al mateix punt dura el mateix que la pujada.

EQUACIÓ

$$h = v_0^2 / (2\,g)$$

$$t = v_0 / g$$

CÀLCUL

$$h = (14\ \text{m/s})^2 / (2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2) = 10\ \text{m}$$

$$t = 14\ \text{m/s} / 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 1{,}43\ \text{s}$$

$$T = 2 \cdot 1{,}43\ \text{s} = 2{,}86\ \text{s}$$

RESULTAT Puja **10 m**, triga **1,43 s** a arribar-hi i **2,86 s** a tornar al punt de partida.

1.33 El coet d'aigua SENZILL

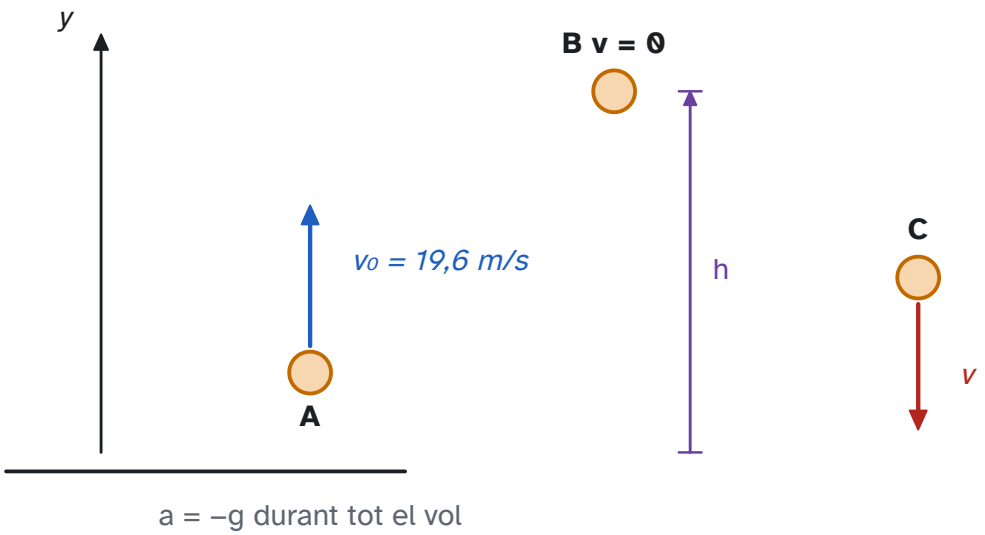


Figura 1.33. Llançament cap amunt. Al punt més alt la velocitat és zero i l'acceleració no.

Un coet d'aigua puja en vertical amb una velocitat inicial de 19,6 m/s. Després d'aquest impuls ja no fa força: només cau sota la gravetat. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina alçada màxima assoleix?

b) Quant triga a arribar-hi?

c) Quant triga a tornar a terra?

Solució

PLANTEJAMENT Amb l'eix cap amunt l'acceleració és $-g$ durant tot el vol, també al punt més alt. Allà la velocitat és zero, i per això l'alçada surt de $v_0^2 = 2\,g\,h$. La baixada fins al mateix punt dura el mateix que la pujada.

EQUACIÓ

$$h = v_0^2 / (2\,g)$$

$$t = v_0 / g$$

CÀLCUL

$$h = (19{,}6\ \text{m/s})^2 / (2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2) = 19{,}6\ \text{m}$$

$$t = 19{,}6\ \text{m/s} / 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 2\ \text{s}$$

$$T = 2 \cdot 2\ \text{s} = 4\ \text{s}$$

RESULTAT Puja **19,6 m**, triga **2 s** a arribar-hi i **4 s** a tornar al punt de partida.

1.34 La fletxa vertical MITJÀ

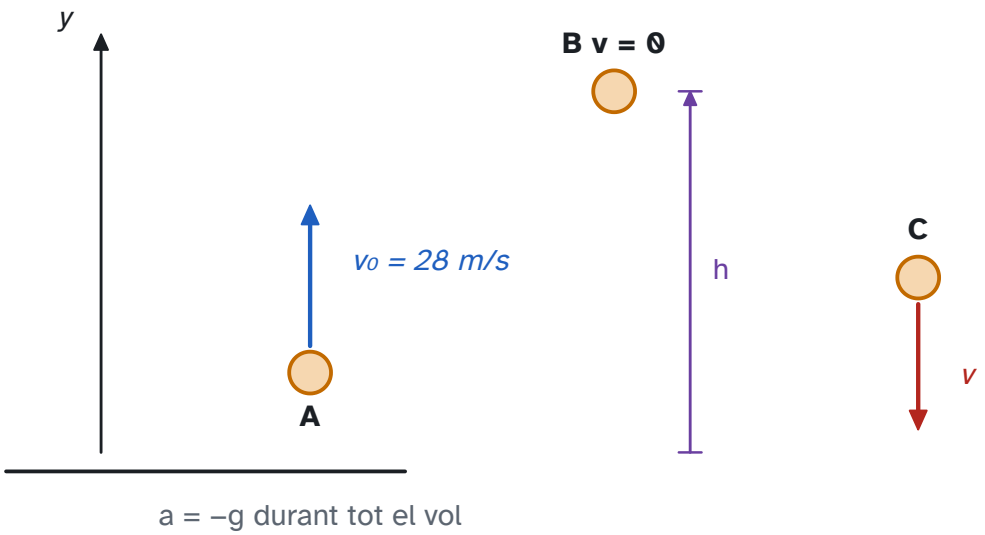


Figura 1.34. Llançament cap amunt. Al punt més alt la velocitat és zero i l'acceleració no.

Es dispara una fletxa verticalment cap amunt a 28 m/s. Es negligeix l'aire. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina alçada màxima assoleix?

b) Quant triga a arribar-hi?

c) Quant triga a tornar a l'altura de sortida?

Solució

PLANTEJAMENT Amb l'eix cap amunt l'acceleració és $-g$ durant tot el vol, també al punt més alt. Allà la velocitat és zero, i per això l'alçada surt de $v_0^2 = 2\,g\,h$. La baixada fins al mateix punt dura el mateix que la pujada.

EQUACIÓ

$$h = v_0^2 / (2\,g)$$

$$t = v_0 / g$$

CÀLCUL

$$h = (28\ \text{m/s})^2 / (2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2) = 40\ \text{m}$$

$$t = 28\ \text{m/s} / 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 2{,}86\ \text{s}$$

$$T = 2 \cdot 2{,}86\ \text{s} = 5{,}71\ \text{s}$$

RESULTAT Puja **40 m**, triga **2,86 s** a arribar-hi i **5,71 s** a tornar al punt de partida.

1.35 La clau llançada cap amunt SENZILL

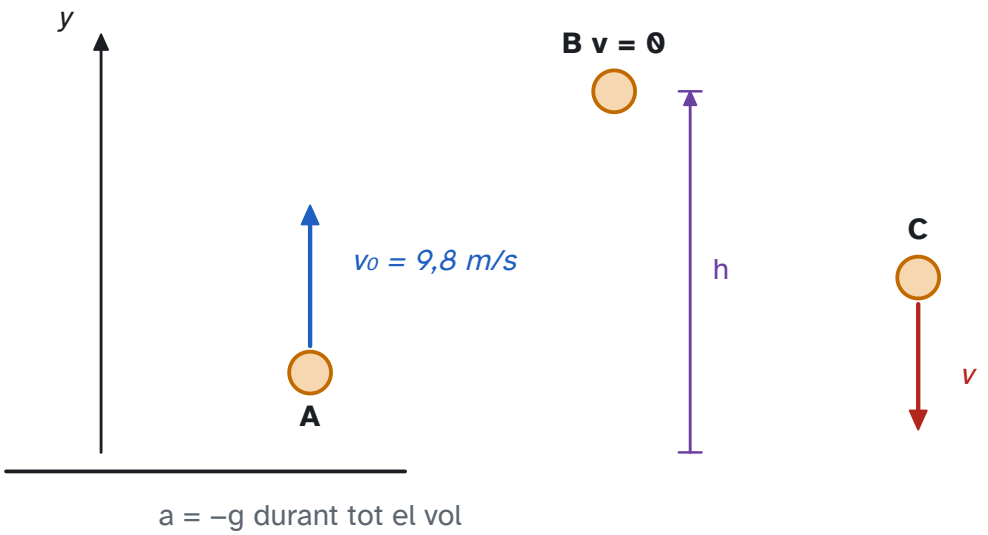


Figura 1.35. Llançament cap amunt. Al punt més alt la velocitat és zero i l'acceleració no.

Es llança una clau verticalment cap amunt a 9,8 m/s. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina alçada màxima assoleix?

b) Quant triga a arribar-hi?

c) Quant triga a tornar al punt de partida?

Solució

PLANTEJAMENT Amb l'eix cap amunt l'acceleració és $-g$ durant tot el vol, també al punt més alt. Allà la velocitat és zero, i per això l'alçada surt de $v_0^2 = 2\,g\,h$. La baixada fins al mateix punt dura el mateix que la pujada.

EQUACIÓ

$$h = v_0^2 / (2\,g)$$

$$t = v_0 / g$$

CÀLCUL

$$h = (9{,}8\ \text{m/s})^2 / (2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2) = 4{,}9\ \text{m}$$

$$t = 9{,}8\ \text{m/s} / 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 1\ \text{s}$$

$$T = 2 \cdot 1\ \text{s} = 2\ \text{s}$$

RESULTAT Puja **4,9 m**, triga **1 s** a arribar-hi i **2 s** a tornar al punt de partida.

1.36 La pedra al cap d'un segon MITJÀ

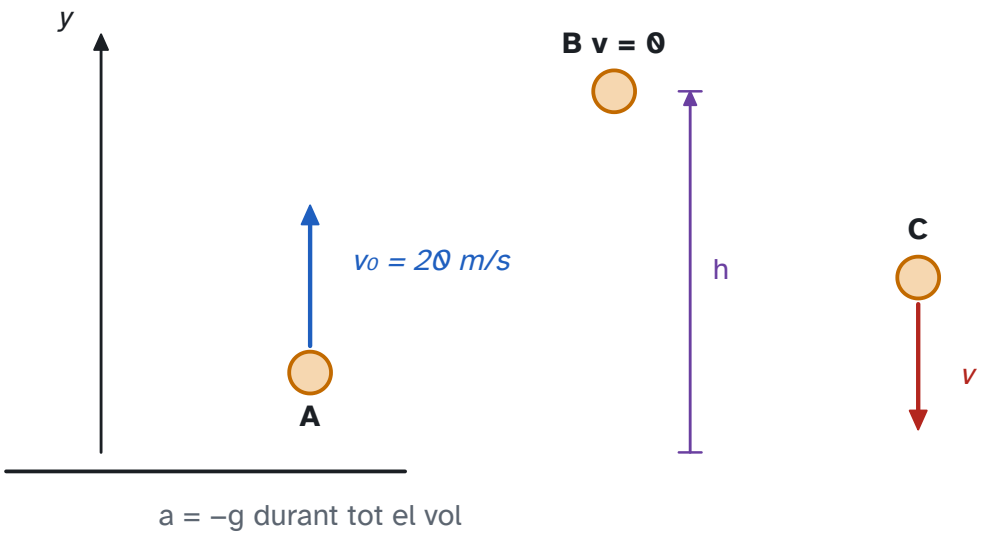


Figura 1.36. Al cap d'un segon la pedra encara puja.

Es llança una pedra verticalment cap amunt a 20 m/s des del terra. Eix cap amunt i $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) A quina altura és al cap d'1 s?

b) Quina velocitat hi porta, i encara puja o ja baixa?

Solució

PLANTEJAMENT És un MRUA vertical amb acceleració $-g$ des del primer instant. Al cap d'1 s encara no ha arribat dalt de tot, i el signe de la velocitat diu si puja o baixa.

EQUACIÓ

$$y = v_0\, t - \frac{1}{2}\, g\, t^2$$

$$v = v_0 - g\, t$$

CÀLCUL

$$y = 20\ \text{m/s} \cdot 1\ \text{s} - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 1\ \text{s}^2 = 15{,}1\ \text{m}$$

$$v = 20\ \text{m/s} - 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 1\ \text{s} = 10{,}2\ \text{m/s}$$

RESULTAT Al cap d'1 s la pedra és a **15,1 m** i porta **10,2 m/s**. El signe positiu vol dir que encara puja.

1.37 L'autobús urbà SENZILL

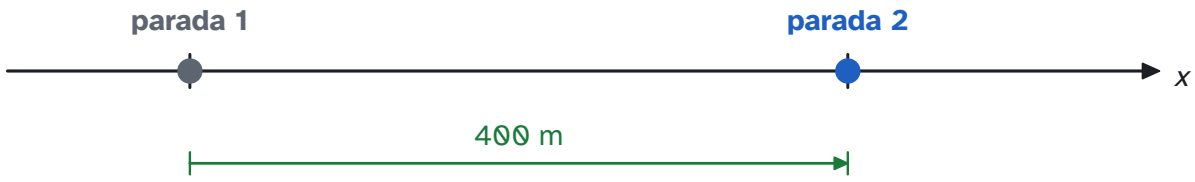


Figura 1.37. 400 m entre dues parades, en 50 s.

L'autobús urbà fa 400 m de carrer recte en 50 s, a velocitat constant, entre dues parades.

Quina velocitat porta?

Solució

PLANTEJAMENT Entre parades la velocitat és constant, així que és el desplaçament dividit pel temps.

EQUACIÓ

$$v = \Delta x / \Delta t$$

CÀLCUL

$$v = 400\ \text{m} / 50\ \text{s} = 8\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'autobús porta **8 m/s**.

1.38 El corredor dels 100 m SENZILL



Figura 1.38. Tram a velocitat constant.

En un tram d'entrenament, un corredor manté 4 m/s constants.

Quina distància fa en 12 s?

Solució

PLANTEJAMENT En aquest tram la velocitat no canvia. La distància, que aquí coincideix amb el desplaçament, és v t.

EQUACIÓ

$$x = v\,t$$

CÀLCUL

$$x = 4\ \text{m/s} \cdot 12\ \text{s} = 48\ \text{m}$$

RESULTAT En 12 s el corredor fa **48 m**.

1.39 La cursa de l'ascensor de l'obra SENZILL

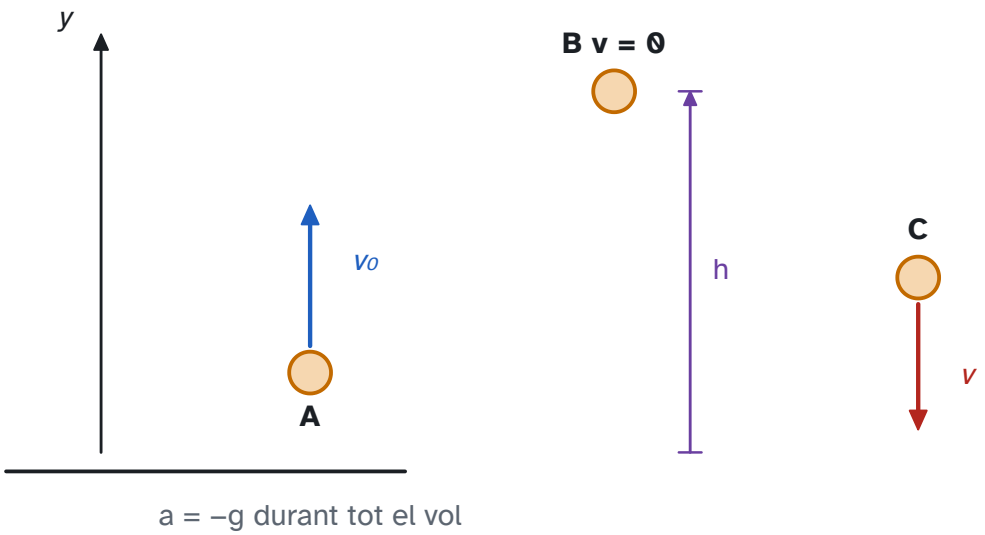


Figura 1.39. Puja des del repòs amb acceleració constant.

L'elevador d'una obra surt del terra del repòs i puja amb una acceleració constant d'1 m/s² durant 6 s.

a) Quina velocitat porta?

b) A quina altura és?

Solució

PLANTEJAMENT Surt del repòs amb acceleració constant cap amunt: és un MRUA. La velocitat és a t i l'altura és ½ a t².

EQUACIÓ

$$v = a\,t$$

$$y = \frac{1}{2}\,a\,t^2$$

CÀLCUL

$$v = 1\ \text{m/s}^2 \cdot 6\ \text{s} = 6\ \text{m/s}$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot 1\ \text{m/s}^2 \cdot 6\ \text{s}^2 = 18\ \text{m}$$

RESULTAT Al cap de 6 s l'elevador porta **6 m/s** i és a **18 m**.

TEMA 2

MOVIMENT

Tir parabòlic

Tir horitzontal i tir oblic: abast, alçada màxima, temps de vol i trajectòria.

2.1 Dos moviments alhora

Un projectil llançat en l'aire, si es negligeix el fregament amb l'aire, té acceleració constant: zero en horitzontal i $-g$ en vertical, amb l'eix vertical cap amunt. El moviment es descompon en dos moviments independents que comparteixen el temps.

La component horitzontal de la velocitat no canvia, perquè en aquesta direcció no hi ha acceleració. La component vertical es comporta exactament com un llançament vertical. La trajectòria que en resulta és una paràbola.

$$v_x = v_0 \cos\theta$$

$$v_y = v_0 \sin\theta - g\,t$$

$$x = x_0 + (v_0 \cos\theta)\;\; t$$

$$y = y_0 + (v_0 \sin\theta)\;\; t - \frac{1}{2} g\, t^2$$

L'angle θ es mesura des de l'horitzontal. Si el tir és horitzontal, $\theta = 0$, i per tant v_y inicial és zero.

2.2 Tir horitzontal

Es llança un cos en horitzontal des d'una altura h, amb velocitat v_0. Cau mentre avança. El temps que triga a arribar a terra és el d'una caiguda lliure des d'aquesta altura, perquè la velocitat vertical inicial és zero:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

L'**abast**, que és la distància horitzontal recorreguda fins a terra, és $R = v_0\, t$. En el moment d'arribar, la velocitat horitzontal encara és v_0 i la vertical val $\sqrt{2gh}$, cap avall. El mòdul de la velocitat és $v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2}$.

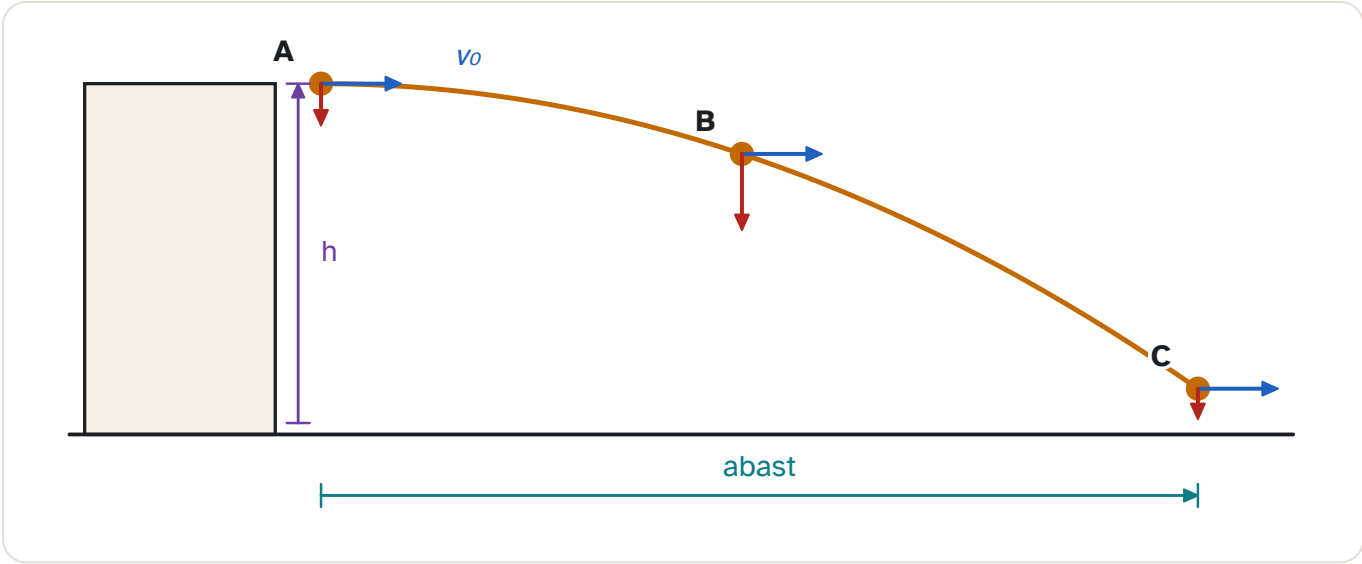


Figura 2.2.1. Tir horitzontal. La component horitzontal de la velocitat es manté; la vertical creix com en una caiguda.

> **Error freqüent**
>
> Creure que com més de pressa es llança en horitzontal, més triga a caure. El temps de caiguda només depèn de l'altura. La velocitat horitzontal canvia l'abast, no el temps.

2.3 Tir oblic

Si el cos surt des del terra amb velocitat v_0 i angle θ, torna a terra quan $y = 0$. El temps de vol, l'alçada màxima i l'abast són

$$t_{\text{vol}} = \frac{2\, v_0 \sin\theta}{g}$$

$$H = \frac{v_0^{\,2} \sin^2\theta}{2g}$$

$$R = \frac{v_0^{\,2} \sin 2\theta}{g}$$

L'alçada màxima s'assoleix a la meitat del temps de vol, quan la velocitat vertical s'anul·la. En aquest punt la velocitat no és zero: en queda la component horitzontal, $v_0 \cos\theta$.

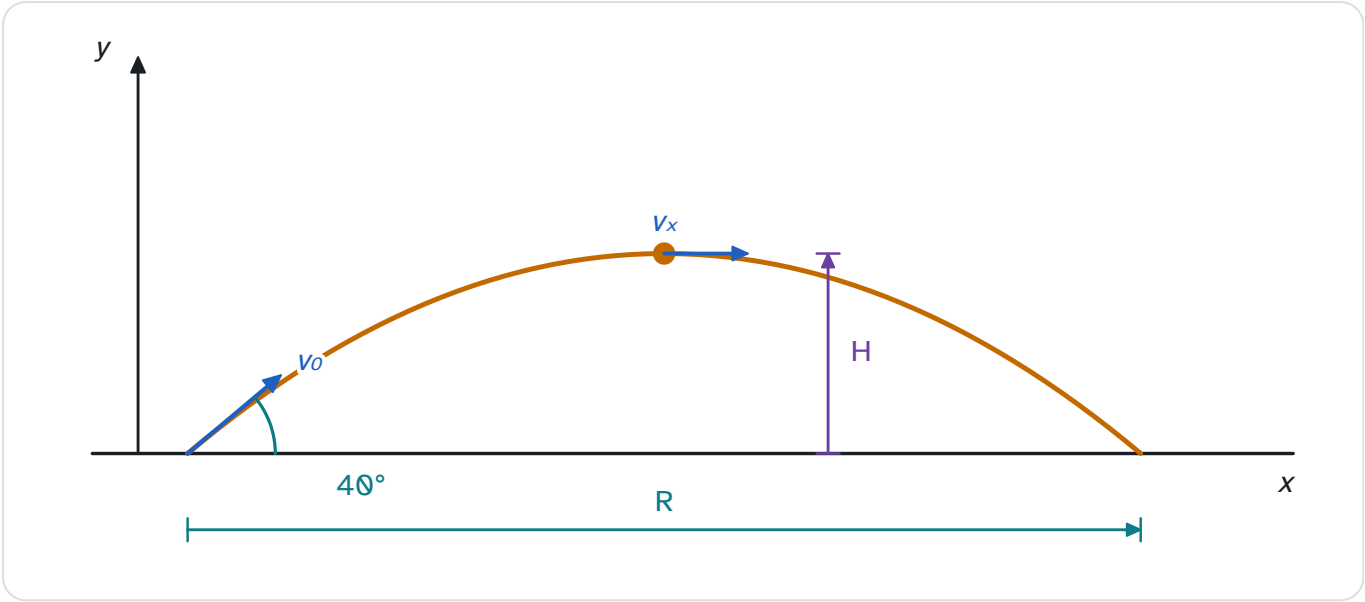


Figura 2.3.1. Tir oblic des del terra. Al punt més alt la velocitat és horitzontal. H és l'alçada màxima i R l'abast.

L'abast és màxim, per a una velocitat inicial donada, quan $\sin 2\theta = 1$, és a dir, a 45°. Dos angles complementaris, com 30° i 60°, donen el mateix abast i alçades diferents: l'angle gran puja més i està menys estona «avançant de pressa» en horitzontal.

2.4 L'equació de la trajectòria

Si s'elimina el temps entre x i y, s'obté l'altura de cada posició horitzontal, sense haver de passar pel temps. Per a un tir que surt de l'origen,

$$y = x\tan\theta - \frac{g\,x^2}{2\,v_0^{\,2}\cos^2\theta}$$

Aquesta equació serveix per saber si el projectil passa per sobre d'un obstacle situat a una distància x, o per trobar on és quan ha avançat una distància donada. És una paràbola. No substitueix les equacions del temps quan el que es demana és un instant o una velocitat en un instant concret: llavors és més net tornar a $x(t)$ i $y(t)$.

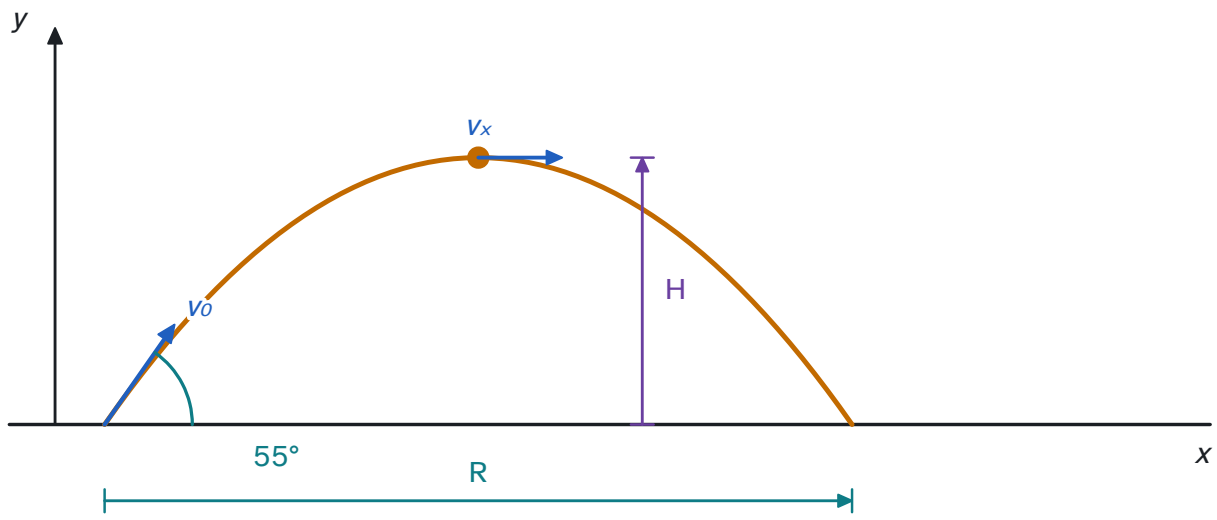


Figura 2.4.1. La trajectòria és una paràbola. L'angle de sortida és el de la tangent a l'origen.

Recorda

El temps és el lligam entre el moviment horitzontal i el vertical. Si un apartat demana «quan», gairebé sempre es troba primer el temps amb l'equació vertical, o amb l'horitzontal si la posició x és la dada, i després se substitueix a l'altra component.

F Formulari del tema

Relació	Quan es fa servir
$v_x = v_0 \cos\theta$	Component horitzontal, constant.
$v_y = v_0 \sin\theta - g\,t$	Component vertical, eix cap amunt.
$t = \sqrt{2h/g}$	Temps d'un tir horitzontal des d'altura h.
$R = v_0^2 \sin 2\theta / g$	Abast sobre el pla de sortida.
$H = (v_0 \sin\theta)^2 / (2g)$	Alçada màxima sobre el punt de sortida.

E Errors freqüents

- Fer servir l'abast $R = v_0^2 \sin 2\theta / g$ quan el punt d'arribada no és a la mateixa altura que el de sortida. Aquesta fórmula és només per al pla horitzontal de sortida.
- Oblidar que al punt més alt queda velocitat horitzontal.
- Posar l'angle respecte de la vertical. En aquest llibre l'angle del tir es mesura des de l'horitzontal.
- Sumar les components de la velocitat en comptes de combinar-les amb el teorema de Pitàgores.

P Problemes

Els problemes són de 1r de batxillerat: primer els senzills i després algun de dificultat mitjana. Es resolen amb les equacions del tema, àlgebra senzilla i sinus i cosinus. Cada solució justifica el plantejament i substitueix les dades amb unitats. Si no es diu una altra cosa, $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

2.1 La pilota des del penya-segat SENZILL

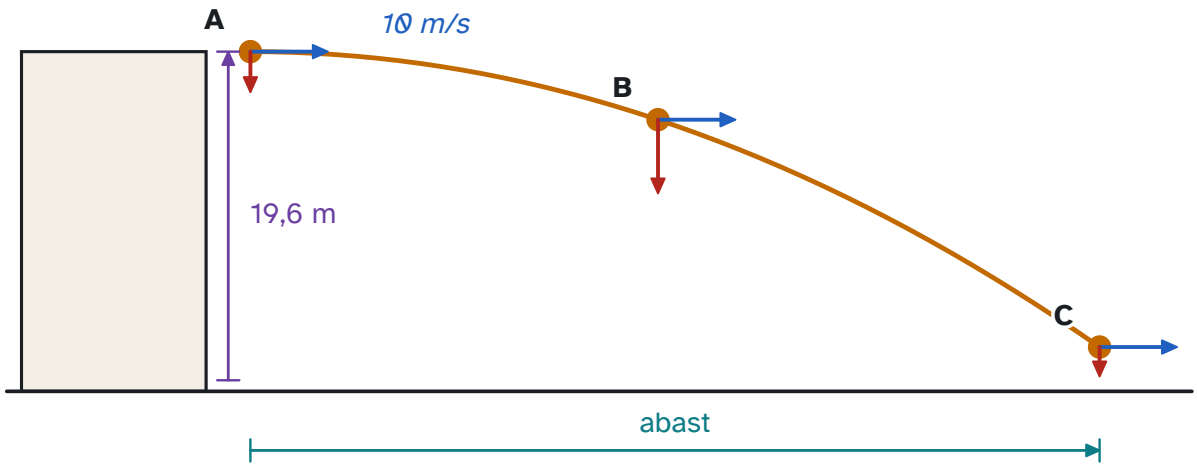


Figura 2.1. Tir horitzontal: la velocitat inicial no té component vertical.

Des del penya-segat de la cala, a 19,6 m sobre l'aigua, es llança una pilota en horitzontal a 10 m/s. Es negligeix l'aire i $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quant triga a caure a l'aigua?

b) A quina distància horitzontal de la base del penya-segat cau?

Solució

PLANTEJAMENT El llançament és horitzontal: la velocitat vertical inicial és zero i la horitzontal no canvia, perquè en horitzontal no hi ha acceleració. El temps és el d'una caiguda des de 19,6 m.

EQUACIÓ

$$t = \sqrt{2h/g}, \quad R = v_0\, t$$

CÀLCUL

$$t = \sqrt{2 \cdot 19{,}6\ \text{m} / 9{,}8\ \text{m/s}^2} = 2\ \text{s}$$

$$R = 10\ \text{m/s} \cdot 2\ \text{s} = 20\ \text{m}$$

RESULTAT La pilota triga **2 s** i cau a **20 m** de la base.

2.2 El paquet de l'avió d'emergència SENZILL

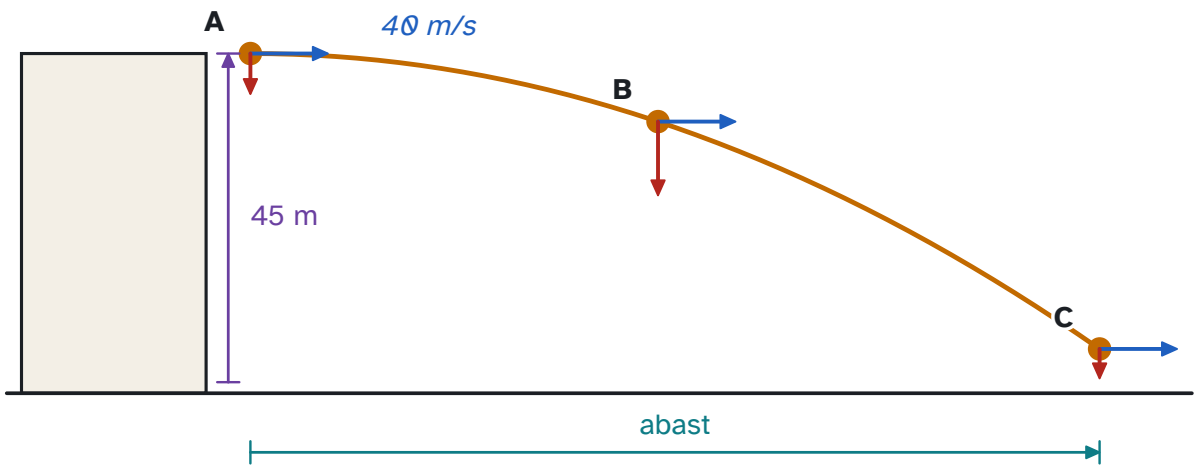


Figura 2.2. Tir horitzontal: la velocitat inicial no té component vertical.

Un avió deixa anar un paquet d'emergència en horitzontal a 40 m/s quan vola a 45 m d'altura, a velocitat constant. Es negligeix l'aire. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quant triga el paquet a arribar a terra?

b) Quin abast horitzontal fa?

Solució

PLANTEJAMENT En el moment de deixar-lo anar, el paquet ja porta la velocitat horitzontal de l'avió i velocitat vertical zero. El temps de caiguda només depèn de l'altura.

EQUACIÓ

$$t = \sqrt{2h/g}, \quad R = v_0\, t$$

CÀLCUL

$$t = \sqrt{2 \cdot 45\ \text{m} / 9{,}8\ \text{m/s}^2} = 3{,}03\ \text{s}$$

$$R = 40\ \text{m/s} \cdot 3{,}03\ \text{s} = 121{,}22\ \text{m}$$

RESULTAT El paquet triga **3,03 s** i avança **121,22 m** en horitzontal.

2.3 El rajolí de la font SENZILL

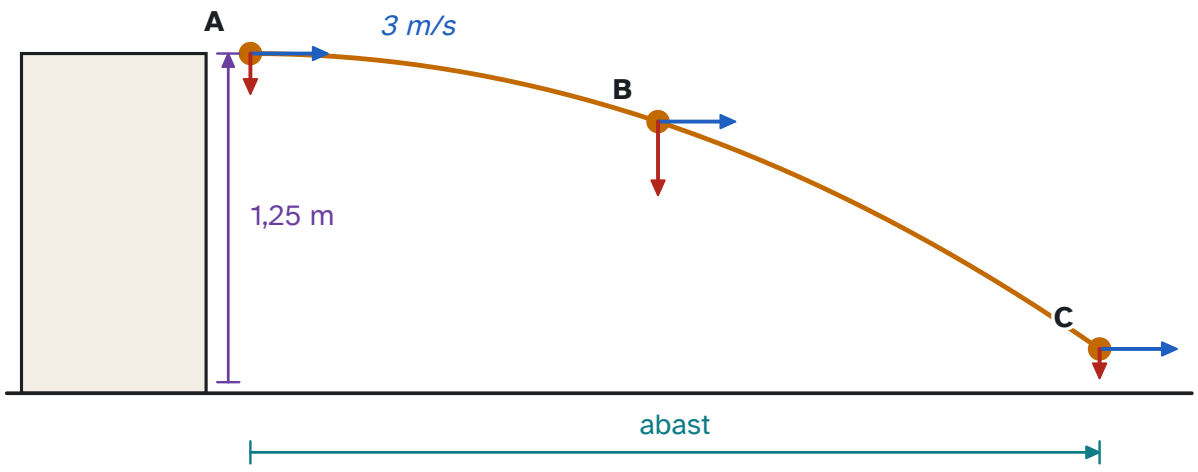


Figura 2.3. Tir horitzontal: la velocitat inicial no té component vertical.

El rajolí d'una font de la plaça surt en horitzontal a 3 m/s des d'un broc situat a 1,25 m del bassal. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quant triga l'aigua a arribar al bassal?

b) A quina distància del peu de la font cau?

Solució

PLANTEJAMENT El rajolí surt en horitzontal. Cada gota fa un tir horitzontal: cau amb g i avança a 3 m/s.

EQUACIÓ

$$t = \sqrt{2h/g}, \quad R = v_0\, t$$

CÀLCUL

$$t = \sqrt{2 \cdot 1{,}25\ \text{m} / 9{,}8\ \text{m/s}^2} = 0{,}51\ \text{s}$$

$$R = 3\ \text{m/s} \cdot 0{,}51\ \text{s} = 1{,}52\ \text{m}$$

RESULTAT L'aigua triga **0,51 s** i cau a **1,52 m** del peu de la font.

2.4 L'esquiador del trampolí MITJÀ

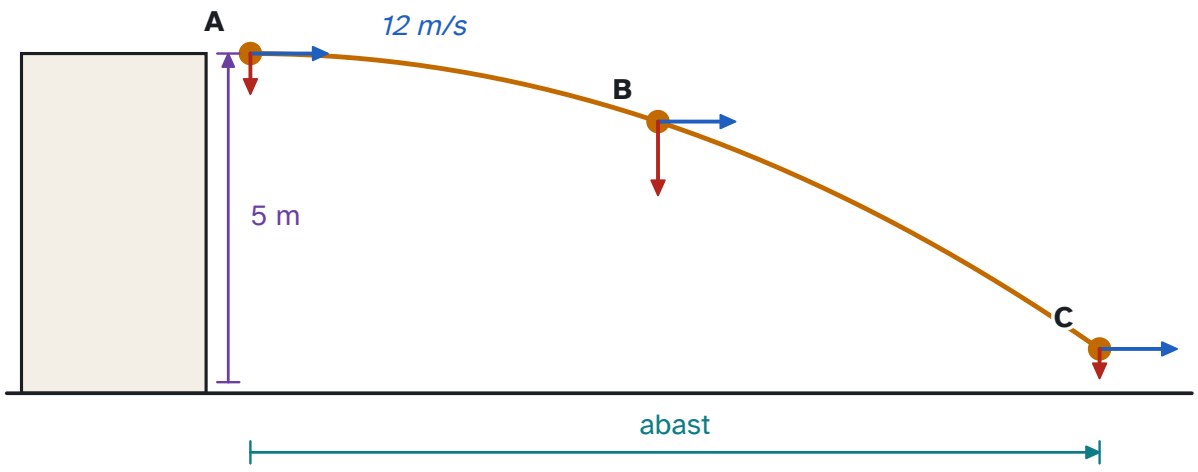


Figura 2.4. Tir horitzontal: la velocitat inicial no té component vertical.

Un esquiador surt en horitzontal a 12 m/s d'un trampolí situat a 5 m per sobre del pendent d'arribada, que en aquest tram considerem horitzontal. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quant està a l'aire?

b) Quin abast fa?

c) Amb quina velocitat vertical arriba?

Solució

PLANTEJAMENT Surt en horitzontal, així que v_y inicial és zero. La velocitat vertical en arribar és g t, cap avall, i no depèn dels 12 m/s.

EQUACIÓ

$$t = \sqrt{2h/g}, \quad R = v_0\, t$$

CÀLCUL

$$t = \sqrt{2 \cdot 5\ \text{m} / 9{,}8\ \text{m/s}^2} = 1{,}01\ \text{s}$$

$$R = 12\ \text{m/s} \cdot 1{,}01\ \text{s} = 12{,}12\ \text{m}$$

$$v_y = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 1{,}01\ \text{s} = 9{,}90\ \text{m/s}$$

RESULTAT Està a l'aire **1,01 s**, fa un abast de **12,12 m** i arriba amb una velocitat vertical de **9,90 m/s**.

2.5 La galleda del camió SENZILL

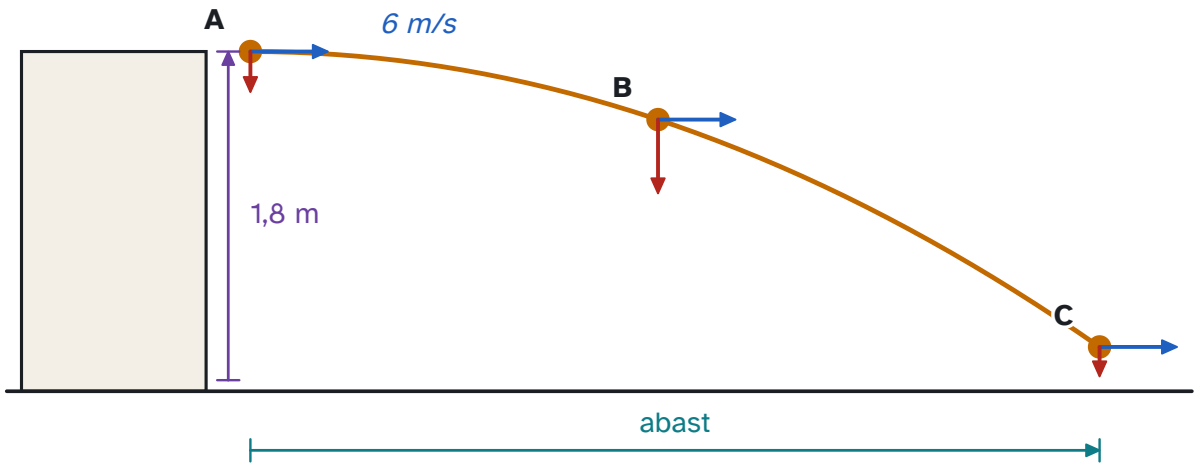


Figura 2.5. Tir horitzontal: la velocitat inicial no té component vertical.

De la caixa d'un camió, a 1,8 m del terra, una galleda surt en horitzontal a 6 m/s perquè el camió frena de cop. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quant triga a arribar a terra?

b) A quants metres del camió, en horitzontal, cau?

Solució

PLANTEJAMENT En sortir de la caixa la galleda conserva la velocitat horitzontal i comença a caure. El temps no depèn dels 6 m/s.

EQUACIÓ

$$t = \sqrt{2h/g}, \quad R = v_0\, t$$

CÀLCUL

$$t = \sqrt{2 \cdot 1{,}8\ \text{m} / 9{,}8\ \text{m/s}^2} = 0{,}61\ \text{s}$$

$$R = 6\ \text{m/s} \cdot 0{,}61\ \text{s} = 3{,}64\ \text{m}$$

RESULTAT La galleda triga **0,61 s** i cau a **3,64 m** en horitzontal.

2.6 El dron que deixa el paquet MITJÀ

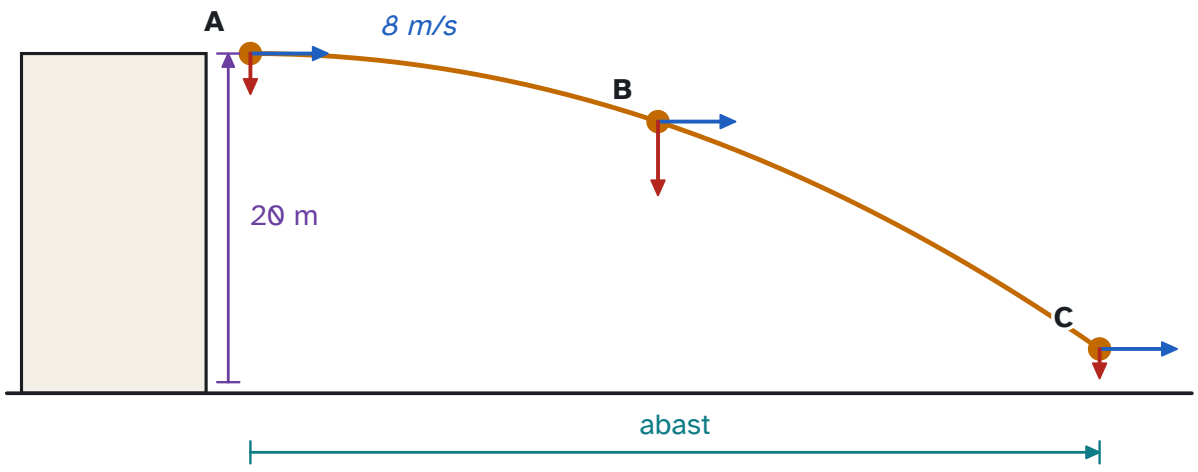


Figura 2.6. Tir horitzontal: la velocitat inicial no té component vertical.

Un dron deixa un paquet quan vola en horitzontal a 8 m/s i a 20 m del terra. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quant triga el paquet a arribar a terra?

b) Quin abast fa?

c) Quin mòdul de velocitat porta en arribar?

Solució

PLANTEJAMENT El paquet surt amb la velocitat horitzontal del dron. En arribar, aquesta component encara val 8 m/s i la vertical és la d'una caiguda de 20 m. El mòdul es troba amb Pitàgores.

EQUACIÓ

$$t = \sqrt{2h/g}, \quad R = v_0\, t$$

CÀLCUL

$$t = \sqrt{2 \cdot 20\ \text{m} / 9{,}8\ \text{m/s}^2} = 2{,}02\ \text{s}$$

$$R = 8\ \text{m/s} \cdot 2{,}02\ \text{s} = 16{,}16\ \text{m}$$

$$v = \sqrt{(8\ \text{m/s})^2 + (19{,}80\ \text{m/s})^2} = 21{,}35\ \text{m/s}$$

RESULTAT El paquet triga **2,02 s**, avança **16,16 m** i arriba a **21,35 m/s**.

2.7 La xinxeta de la taula SENZILL

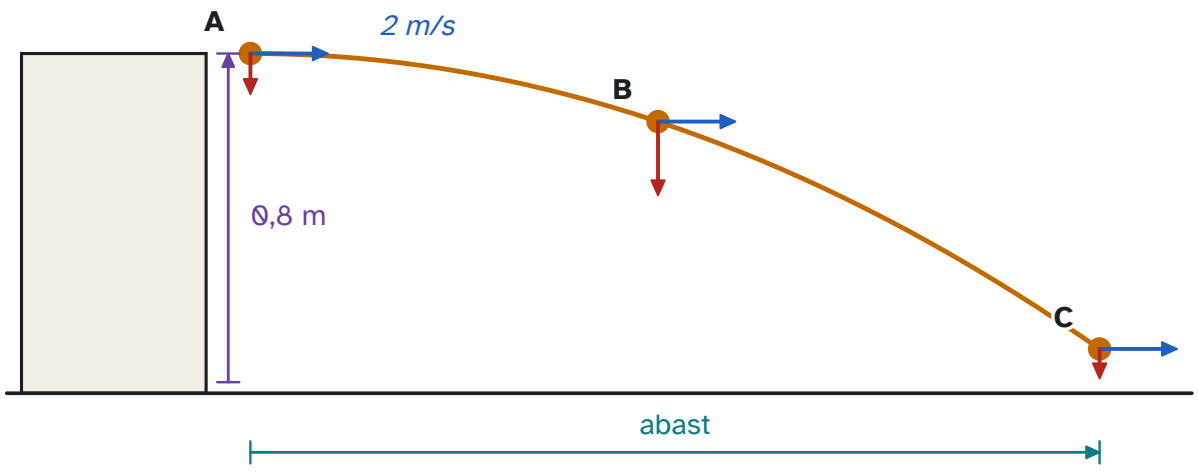


Figura 2.7. Tir horitzontal: la velocitat inicial no té component vertical.

Una xinxeta llisca i surt per la vora d'una taula de 0,8 m d'altura a 2 m/s en horitzontal. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quant triga a arribar a terra?

b) A quina distància de la pota de la taula cau?

Solució

PLANTEJAMENT És un tir horitzontal des de l'altura de la taula. El temps és el de la caiguda i l'abast és $v_0\ t$.

EQUACIÓ

$$t = \sqrt{2h/g}, \quad R = v_0\, t$$

CÀLCUL

$$t = \sqrt{2 \cdot 0{,}8\ \text{m} / 9{,}8\ \text{m/s}^2} = 0{,}40\ \text{s}$$

$$R = 2\ \text{m/s} \cdot 0{,}40\ \text{s} = 0{,}81\ \text{m}$$

RESULTAT La xinxeta triga **0,40 s** i cau a **0,81 m** de la pota.

2.8 El porter treu de puny MITJÀ

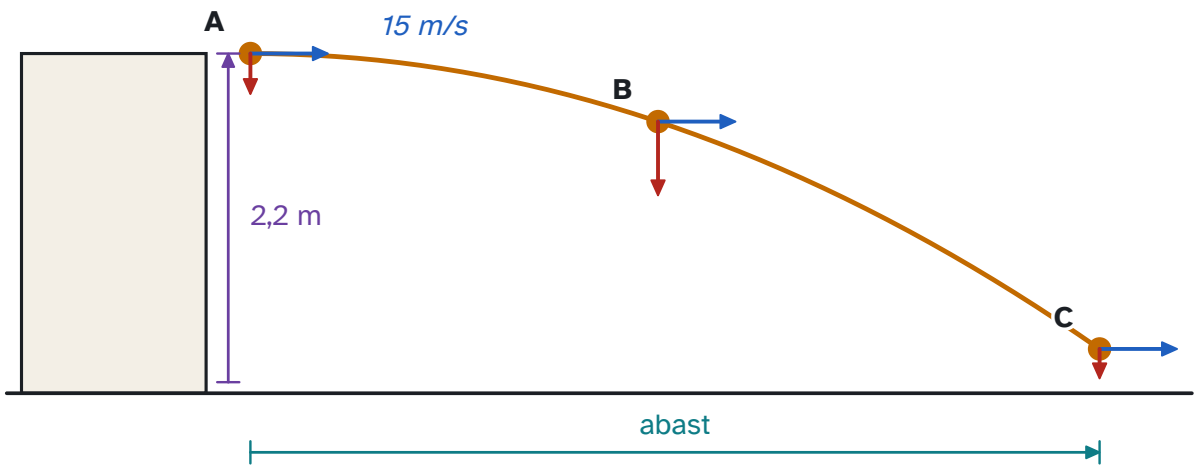


Figura 2.8. Tir horitzontal: la velocitat inicial no té component vertical.

Un porter treu de puny en horitzontal a 15 m/s. La mà és a 2,2 m del terra. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quant triga la pilota a tocar terra?

b) Quin abast fa?

c) Quina velocitat vertical porta en tocar terra?

Solució

PLANTEJAMENT La pilota surt en horitzontal des de l'altura de la mà. La velocitat vertical en arribar és g t i no depèn dels 15 m/s.

EQUACIÓ

$$t = \sqrt{2h/g}, \quad R = v_0\, t$$

CÀLCUL

$$t = \sqrt{2 \cdot 2{,}2\ \text{m} / 9{,}8\ \text{m/s}^2} = 0{,}67\ \text{s}$$

$$R = 15\ \text{m/s} \cdot 0{,}67\ \text{s} = 10{,}05\ \text{m}$$

$$v_y = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 0{,}67\ \text{s} = 6{,}57\ \text{m/s}$$

RESULTAT La pilota triga **0,67 s**, fa **10,05 m** d'abast i arriba amb **6,57 m/s** cap avall.

2.9 La mànega del jardí SENZILL

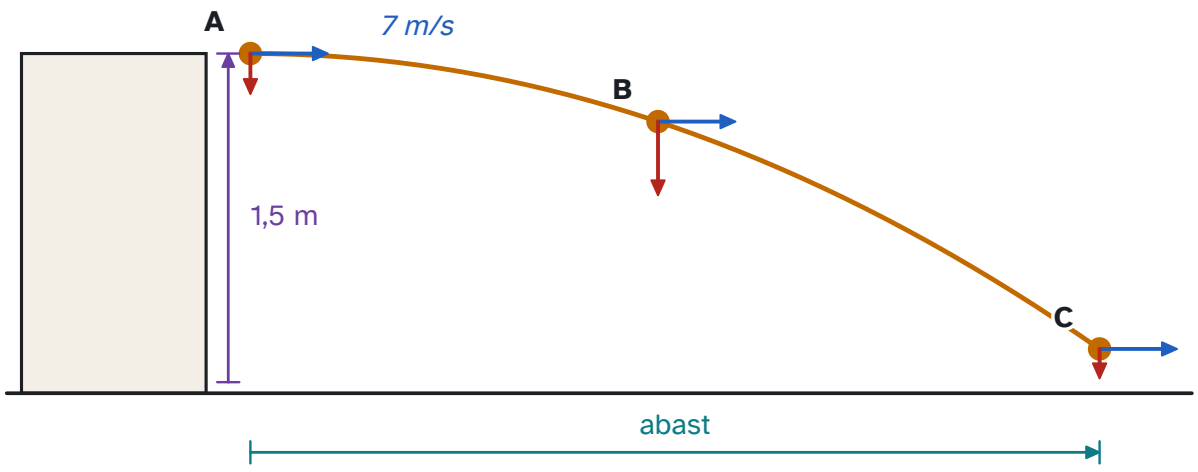


Figura 2.9. Tir horitzontal: la velocitat inicial no té component vertical.

Una mànega llança aigua en horitzontal a 7 m/s des d'una alçada d'1,5 m. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quant triga l'aigua a arribar a terra?

b) Fins a quina distància rega, en horitzontal?

Solució

PLANTEJAMENT Cada gota fa un tir horitzontal. La distància de reg és l'abast $R = v_0\, t$.

EQUACIÓ

$$t = \sqrt{2h/g}, \quad R = v_0\, t$$

CÀLCUL

$$t = \sqrt{2 \cdot 1{,}5\ \text{m} / 9{,}8\ \text{m/s}^2} = 0{,}55\ \text{s}$$

$$R = 7\ \text{m/s} \cdot 0{,}55\ \text{s} = 3{,}87\ \text{m}$$

RESULTAT L'aigua triga **0,55 s** i rega fins a **3,87 m**.

2.10 El llibre de la finestra SENZILL

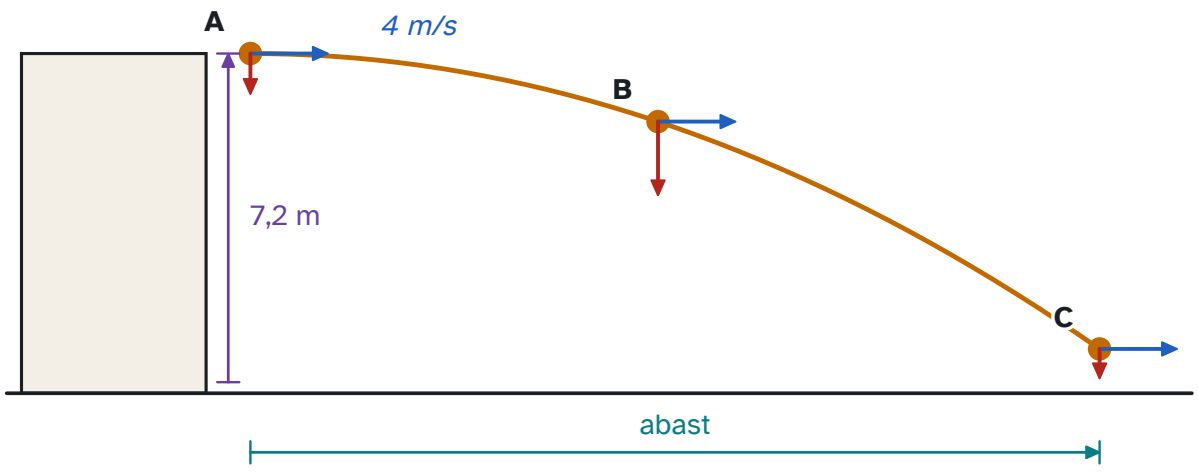


Figura 2.10. Tir horitzontal: la velocitat inicial no té component vertical.

Un llibre surt en horitzontal a 4 m/s per una finestra situada a 7,2 m del pati. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quant triga a arribar al pati?

b) A quina distància de la paret cau?

Solució

PLANTEJAMENT El llibre surt en horitzontal. El temps només depèn dels 7,2 m i l'abast, dels 4 m/s i d'aquest temps.

EQUACIÓ

$$t = \sqrt{2h/g}, \quad R = v_0\, t$$

CÀLCUL

$$t = \sqrt{2 \cdot 7{,}2\ \text{m} / 9{,}8\ \text{m/s}^2} = 1{,}21\ \text{s}$$

$$R = 4\ \text{m/s} \cdot 1{,}21\ \text{s} = 4{,}85\ \text{m}$$

RESULTAT El llibre triga **1,21 s** i cau a **4,85 m** de la paret.

2.11 Quina velocitat ha de portar el patinet MITJÀ

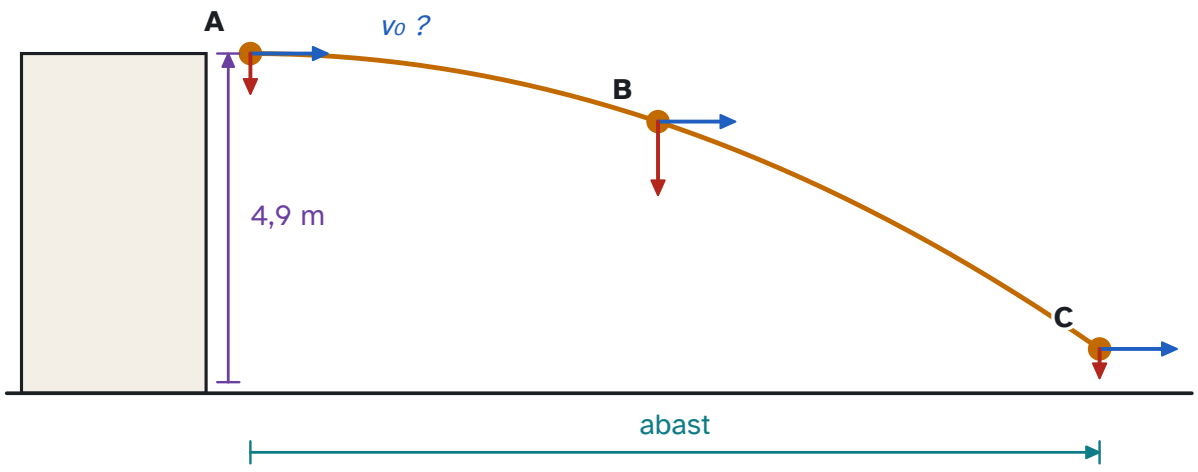


Figura 2.11. Es busca la velocitat horitzontal per caure al coixí.

Un patinet surt en horitzontal per l'extrem d'una rampa situada a 4,9 m del terra. Es vol que caigui en un coixí situat a 10 m en horitzontal. $g = 9{,}8\ m/s^2$.

a) Quant triga la caiguda?

b) A quina velocitat horitzontal ha de sortir?

Solució

PLANTEJAMENT L'altura fixa el temps, perquè surt en horitzontal. L'abast que volem és $v_0\ t$, així que la velocitat és l'abast dividit per aquest temps.

EQUACIÓ

$$t = \sqrt{2h/g}$$

$$v_0 = R / t$$

CÀLCUL

$$t = \sqrt{2 \cdot 4{,}9\ m / 9{,}8\ m/s^2} = 1\ s$$

$$v_0 = 10\ m / 1\ s = 10\ m/s$$

RESULTAT La caiguda dura **1 s** i el patinet ha de sortir a **10 m/s**.

2.12 El xut de falta SENZILL

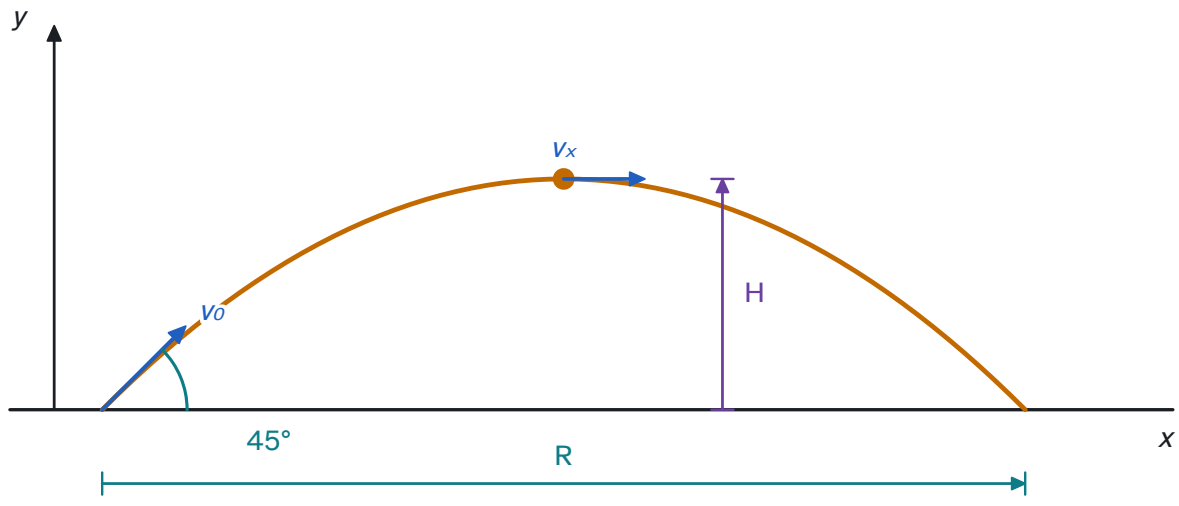


Figura 2.12. Tir des del terra a 45° i 14 m/s.

En l'entrenament d'una falta, el xut surt del terra a 14 m/s i a 45°. Es negligeix l'aire. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quant dura el vol fins a tornar a terra?

b) Quin abast fa?

Solució

PLANTEJAMENT Surt i torna a la mateixa altura. A 45° el sinus de 2θ val 1, i l'abast és v_0^2/g. El temps surt de la component vertical, que s'anul·la a dalt i es fa igual i oposada en tornar a terra.

EQUACIÓ

$$t = 2\, v_0 \sin\theta / g$$

$$H = (v_0 \sin\theta)^2 / (2g)$$

$$R = v_0^2 \sin 2\theta / g$$

CÀLCUL

$$t = 2 \cdot 14\ \text{m/s} \cdot \sin 45^\circ / 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 2{,}02\ \text{s}$$

$$R = (14\ \text{m/s})^2 \cdot \sin 90^\circ / 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 20\ \text{m}$$

RESULTAT El xut dura **2,02 s** i l'abast és **20 m**.

2.13 La font a 30° SENZILL

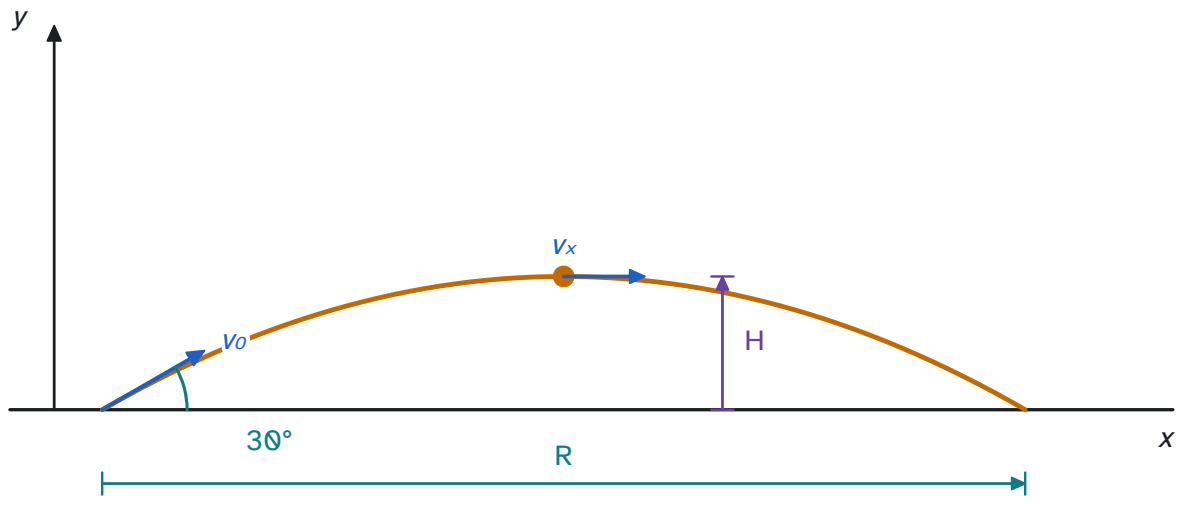


Figura 2.13. Tir des del terra a 30° i 8 m/s.

Un rajolí de font surt del terra a 8 m/s i a 30°. g = 9,8 m/s².

a) Quina alçada màxima assoleix?

b) Quin abast fa sobre el terra?

Solució

PLANTEJAMENT El rajolí surt i torna al nivell del broc, que és a terra. A 30°, sin 30° = 1/2, i això simplifica l'alçada i el temps. L'abast fa servir sin 60°.

EQUACIÓ

$$t = 2\, v_0 \sin\theta / g$$

$$H = (v_0 \sin\theta)^2 / (2g)$$

$$R = v_0^2 \sin 2\theta / g$$

CÀLCUL

$$H = (8\ \text{m/s} \cdot \sin 30^\circ)^2 / (2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2) = 0{,}82\ \text{m}$$

$$R = (8\ \text{m/s})^2 \cdot \sin 60^\circ / 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 5{,}66\ \text{m}$$

RESULTAT L'aigua puja **0,82 m** i cau a **5,66 m** del broc.

2.14 El llançador de pes MITJÀ

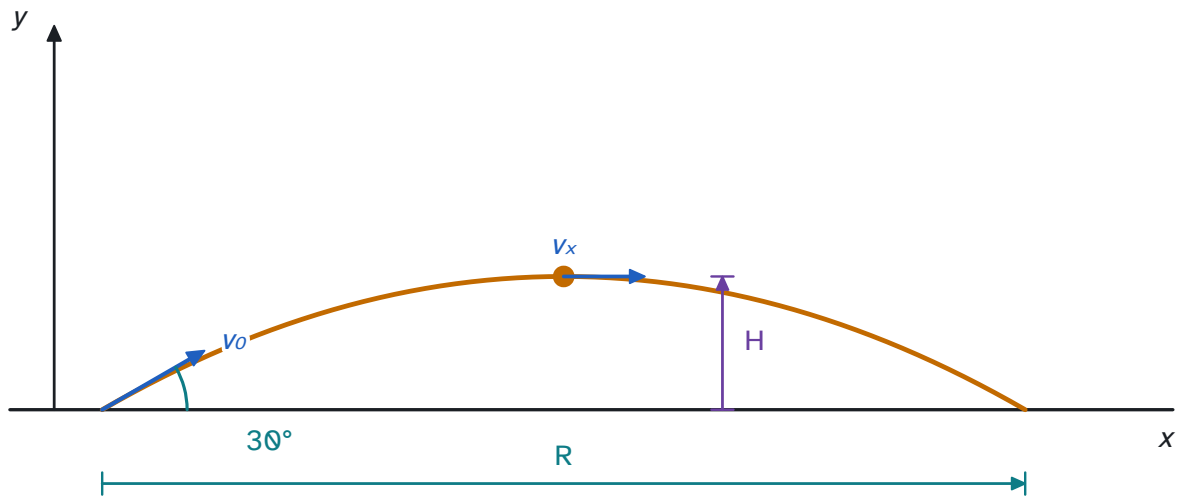


Figura 2.14. Tir des del terra a 30° i 10 m/s.

Un llançador de pes, en un entrenament, fa sortir el pes del terra a 10 m/s i a 30°. g = 9,8 m/s².

a) Quina és la component horitzontal de la velocitat?

b) Quina alçada màxima assoleix?

c) Quin abast fa?

Solució

PLANTEJAMENT La component horitzontal no canvia i val $v_0 \cos 30°$. L'alçada màxima només depèn de la component vertical. L'abast, de les dues.

EQUACIÓ

$$t = 2\, v_0 \sin\theta / g$$

$$H = (v_0 \sin\theta)^2 / (2g)$$

$$R = v_0^2 \sin 2\theta / g$$

CÀLCUL

$$v_x = 10\ \text{m/s} \cdot \cos 30^\circ = 8{,}66\ \text{m/s}$$

$$H = (10\ \text{m/s} \cdot \sin 30^\circ)^2 / (2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2) = 1{,}28\ \text{m}$$

$$R = (10\ \text{m/s})^2 \cdot \sin 60^\circ / 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 8{,}84\ \text{m}$$

RESULTAT La component horitzontal és **8,66 m/s**, l'alçada màxima és **1,28 m** i l'abast és **8,84 m**.

2.15 El servei de tennis suau SENZILL

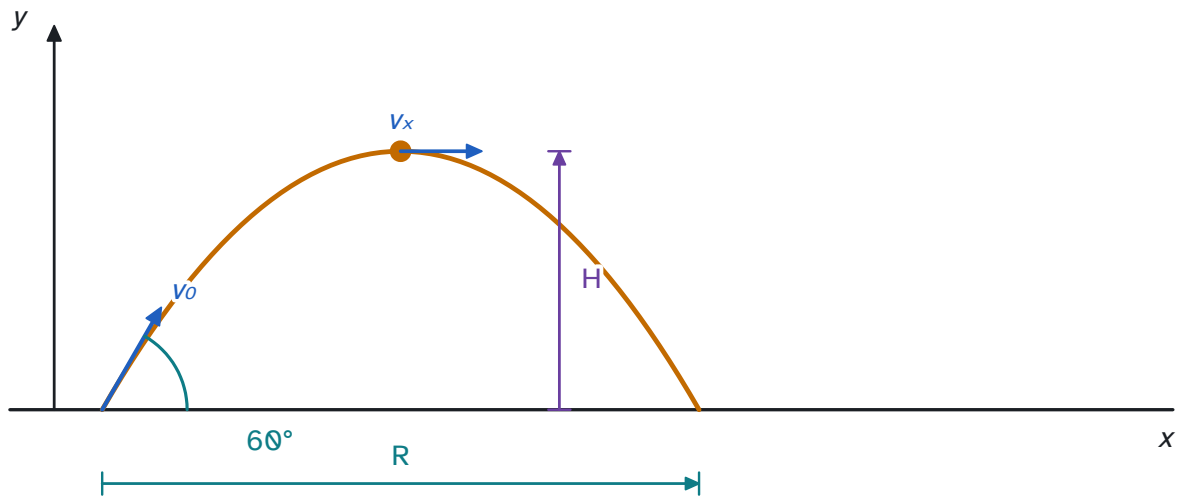


Figura 2.15. Tir des del terra a 60° i 12 m/s.

En un exercici, una pilota de tennis surt del terra a 12 m/s i a 60°. g = 9,8 m/s².

a) Quant dura el vol?

b) Quina alçada màxima assoleix?

Solució

PLANTEJAMENT Angle gran: puja molt i el temps de vol és llarg perquè sin 60° és gran. Surt i torna al mateix nivell.

EQUACIÓ

$$t = 2\, v_0 \sin\theta / g$$

$$H = (v_0 \sin\theta)^2 / (2g)$$

$$R = v_0^2 \sin 2\theta / g$$

CÀLCUL

$$t = 2 \cdot 12\ \text{m/s} \cdot \sin 60^\circ / 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 2{,}12\ \text{s}$$

$$H = (12\ \text{m/s} \cdot \sin 60^\circ)^2 / (2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2) = 5{,}51\ \text{m}$$

RESULTAT El vol dura **2,12 s** i l'alçada màxima és **5,51 m**.

2.16 La pedra a la platja SENZILL

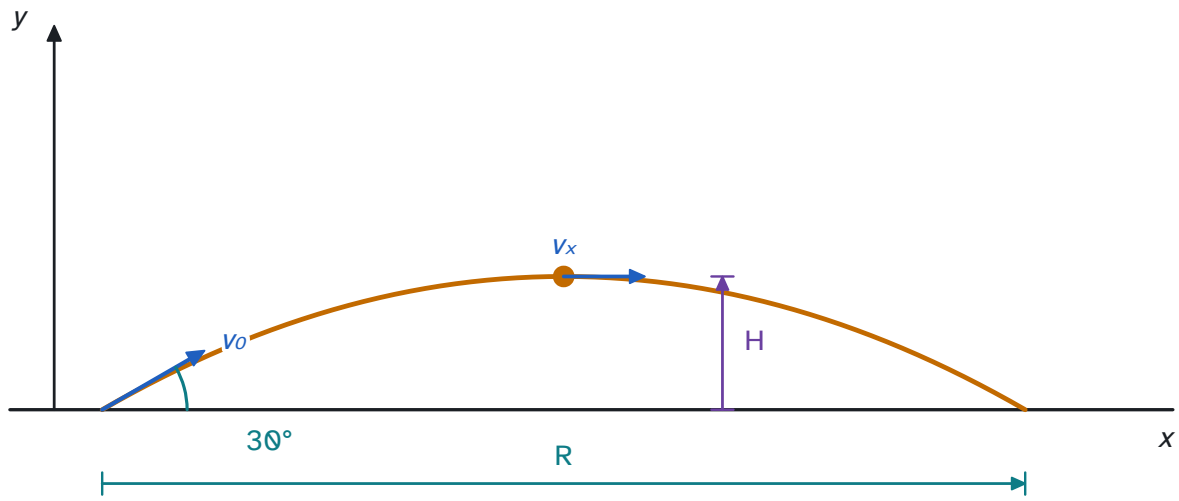


Figura 2.16. Tir des del terra a 30° i 20 m/s.

Es llança una pedra des de la sorra a 20 m/s i a 30°. g = 9,8 m/s².

a) Quant dura fins a tornar a la sorra?

b) Quin abast fa?

Solució

PLANTEJAMENT La sorra és horitzontal i el punt d'arribada és a la mateixa altura. Per això valen les fórmules del temps de vol i de l'abast.

EQUACIÓ

$$t = 2\, v_0 \sin\theta / g$$

$$H = (v_0 \sin\theta)^2 / (2g)$$

$$R = v_0^2 \sin 2\theta / g$$

CÀLCUL

$$t = 2 \cdot 20\ \text{m/s} \cdot \sin 30^\circ / 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 2{,}04\ \text{s}$$

$$R = (20\ \text{m/s})^2 \cdot \sin 60^\circ / 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 35{,}35\ \text{m}$$

RESULTAT La pedra està **2,04 s** a l'aire i cau a **35,35 m**.

2.17 El globus d'aigua MITJÀ

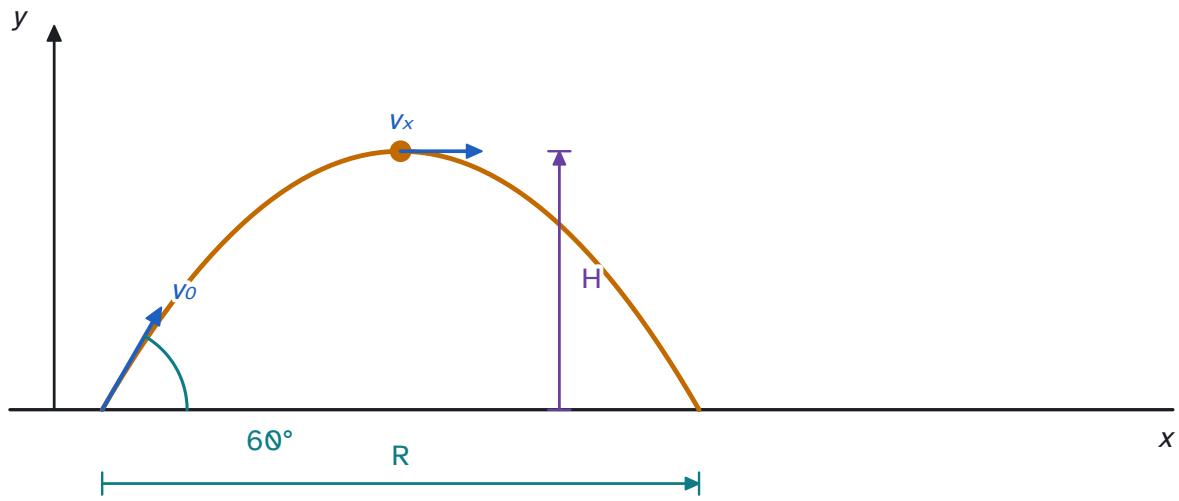


Figura 2.17. Tir des del terra a 60° i 10 m/s.

En una festa es llança un globus d'aigua des del terra a 10 m/s i a 60°. $g = 9{,}8\ m/s^2$.

a) Quina alçada màxima assoleix?

b) Al punt més alt, quina velocitat horitzontal li queda?

Solució

PLANTEJAMENT Al punt més alt la velocitat vertical és zero, però la horitzontal no s'ha anul·lat: continua sent $v_0 \cos 60°$. L'alçada surt només de la component vertical.

EQUACIÓ

$$t = 2\, v_0 \sin\theta / g$$

$$H = (v_0 \sin\theta)^2 / (2g)$$

$$R = v_0^2 \sin 2\theta / g$$

CÀLCUL

$$v_x = 10\ \text{m/s} \cdot \cos 60^\circ = 5\ \text{m/s}$$

$$H = (10\ \text{m/s} \cdot \sin 60^\circ)^2 / (2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2) = 3{,}83\ \text{m}$$

RESULTAT El globus puja **3,83 m** i al capdamunt encara porta **5 m/s** en horitzontal.

2.18 El bàsquet d'entrenament MITJÀ

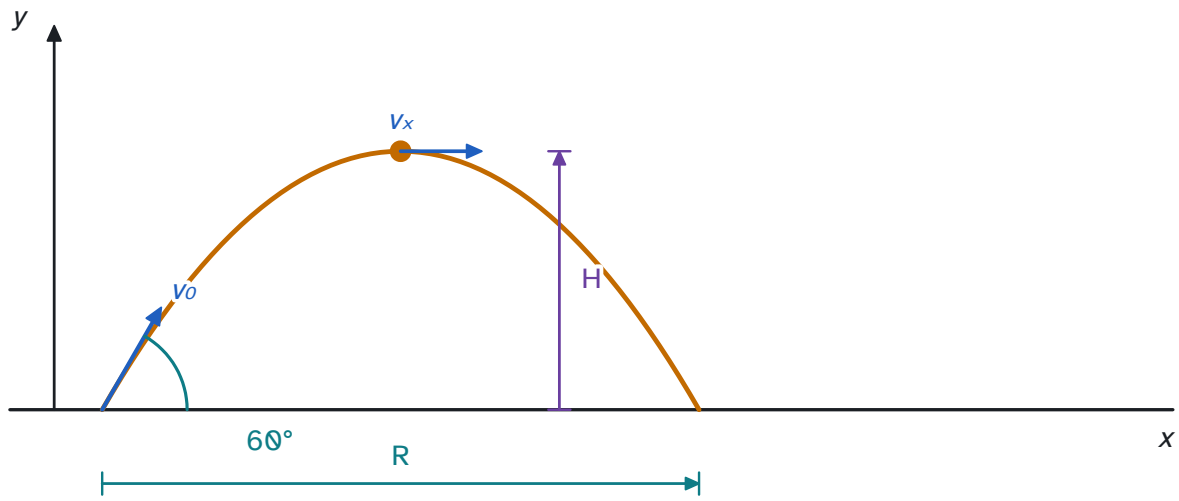


Figura 2.18. Tir des del terra a 60° i 8 m/s.

En un entrenament de bàsquet, la pilota surt de les mans arran de la pista, a 8 m/s i a 60°. g = 9,8 m/s².

a) Quina alçada màxima assoleix?

b) Si la cistella és a 3 m, aquesta alçada és suficient per passar-hi per sobre?

Solució

PLANTEJAMENT L'alçada màxima és $(v_0 \sin 60°)^2/(2g)$. Després es compara amb els 3 m de la cistella. No cal el temps.

EQUACIÓ

$$t = 2\, v_0 \sin\theta / g$$

$$H = (v_0 \sin\theta)^2 / (2g)$$

$$R = v_0^2 \sin 2\theta / g$$

CÀLCUL

$$H = (8\ \text{m/s} \cdot \sin 60^\circ)^2 / (2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2) = 2{,}45\ \text{m}$$

RESULTAT La pilota puja **2,45 m**. Això no arriba als 3 m de la cistella, així que aquest llançament no hi passaria per sobre.

2.19 El coet de fira SENZILL

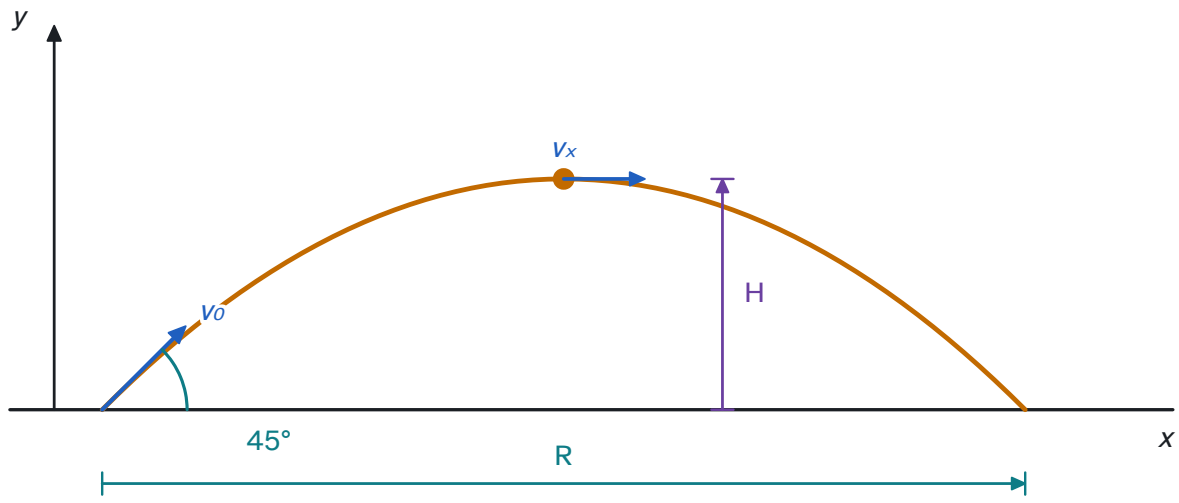


Figura 2.19. Tir des del terra a 45° i 15 m/s.

Un coet de fira surt del terra a 15 m/s i a 45°, i després només actua el pes. $g = 9{,}8\ m/s^2$.

a) Quin abast fa?

b) Quina alçada màxima assoleix?

Solució

PLANTEJAMENT A 45° l'abast és el màxim possible per a aquesta velocitat i val v_0^2/g. L'alçada fa servir sin 45°.

EQUACIÓ

$$t = 2\, v_0 \sin\theta / g$$

$$H = (v_0 \sin\theta)^2 / (2g)$$

$$R = v_0^2 \sin 2\theta / g$$

CÀLCUL

$$H = (15\ m/s \cdot \sin 45^\circ)^2 / (2 \cdot 9{,}8\ m/s^2) = 5{,}74\ m$$

$$R = (15\ m/s)^2 \cdot \sin 90^\circ / 9{,}8\ m/s^2 = 22{,}96\ m$$

RESULTAT El coet fa un abast de **22,96 m** i puja **5,74 m**.

2.20 A quina velocitat cal xutar MITJÀ

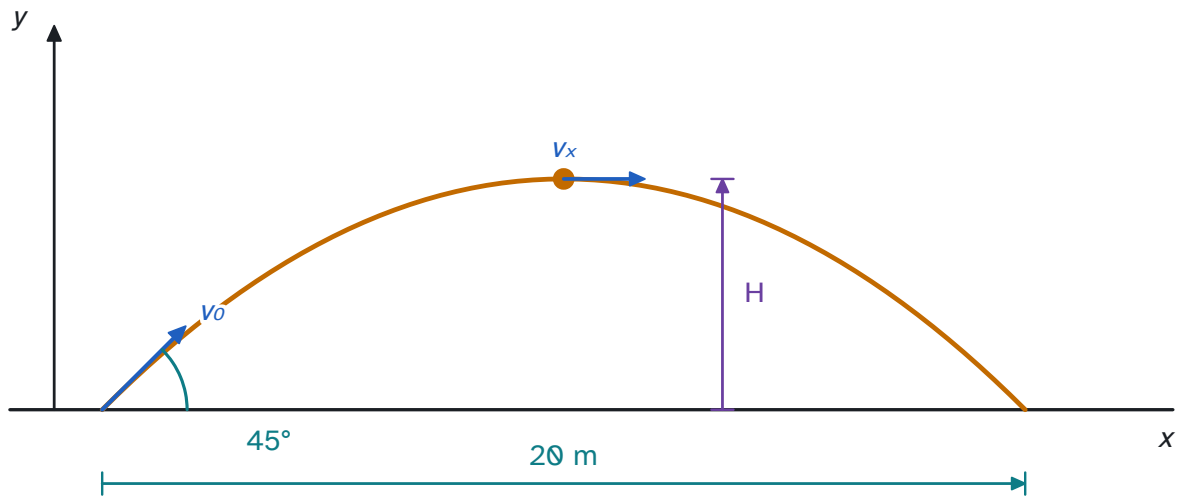


Figura 2.20. L'abast és una dada i l'angle és 45°.

Es vol que una pilota, xutada des del terra a 45°, faci un abast de 20 m. $g = 9{,}8\ m/s^2$.

Quina velocitat inicial cal?

Solució

PLANTEJAMENT A 45°, $\sin 90° = 1$ i l'abast és v_0^2/g. Aïllar la velocitat és un problema invers: no ens la donen, la busquem.

EQUACIÓ

$$v_0 = \sqrt{R\,g}$$

CÀLCUL

$$v_0 = \sqrt{20\ m \cdot 9{,}8\ m/s^2} = 14\ m/s$$

RESULTAT Cal xutar a **14 m/s**.

2.21 On és la pilota als 0,5 s MITJÀ

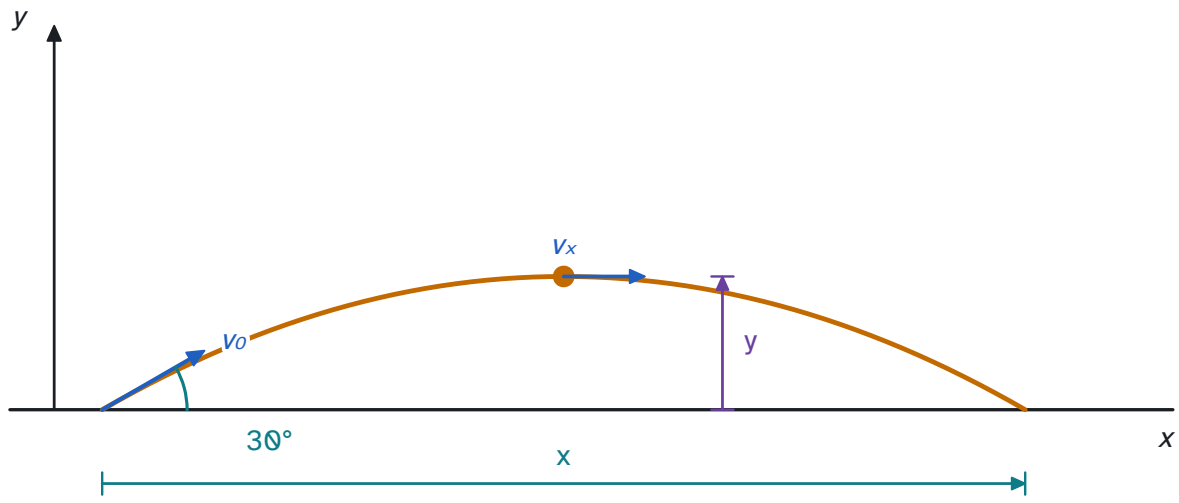


Figura 2.21. Es demana un instant concret, no tot el vol.

Una pilota surt de l'origen a 20 m/s i a 30°. g = 9,8 m/s².

a) Quines coordenades (x, y) té al cap de 0,5 s?

b) Quin mòdul de velocitat porta en aquest instant?

Solució

PLANTEJAMENT El temps lliga els dos moviments. La x només avança amb la component horitzontal. La y és la d'un llançament vertical amb velocitat inicial v_0 sin θ. El mòdul junta vx, que no canvia, i vy en aquest instant.

EQUACIÓ

$$x = (v_0 \cos\theta)\ t$$

$$y = (v_0 \sin\theta)\ t - \tfrac{1}{2} g\ t^2$$

CÀLCUL

$$v_x = 20\ \text{m/s} \cdot \cos 30^\circ = 17{,}32\ \text{m/s}$$

$$x = 17{,}32\ \text{m/s} \cdot 0{,}5\ \text{s} = 8{,}66\ \text{m}$$

$$y = 10\ \text{m/s} \cdot 0{,}5\ \text{s} - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 0{,}5\ \text{s}^2 = 3{,}78\ \text{m}$$

$$v = \sqrt{(17{,}32\ \text{m/s})^2 + (5{,}1\ \text{m/s})^2} = 18{,}06\ \text{m/s}$$

RESULTAT És al punt x = **8,66 m**, y = **3,78 m**, i el mòdul de la velocitat és **18,06 m/s**.

2.22 El globus al cap d'1 s MITJÀ

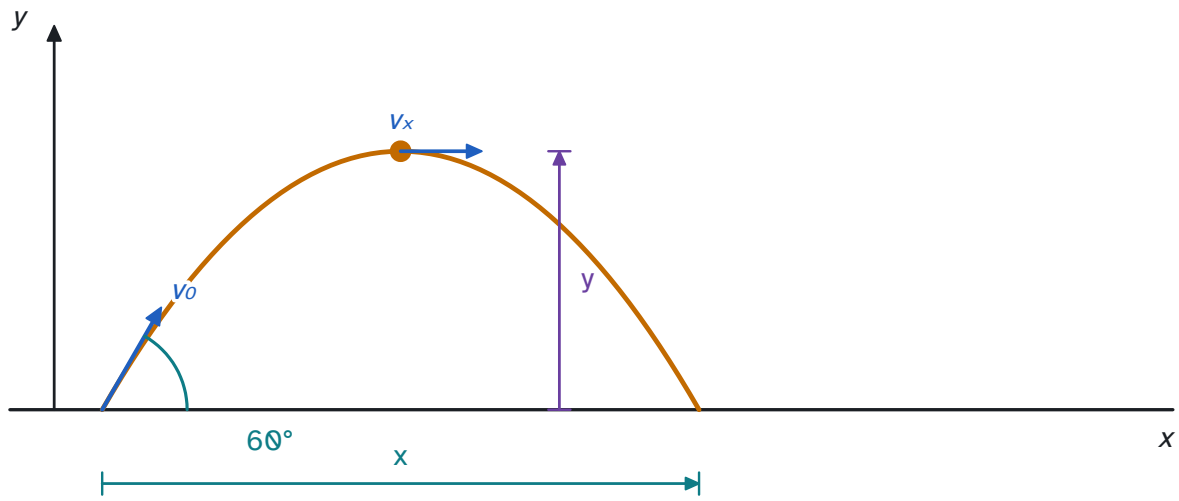


Figura 2.22. Es demana un instant concret, no tot el vol.

Un globus d'aigua surt de l'origen a 10 m/s i a 60°. g = 9,8 m/s².

a) On és al cap d'1 s?

b) Quin mòdul de velocitat hi porta?

Solució

PLANTEJAMENT El temps lliga els dos moviments. La x només avança amb la component horitzontal. La y és la d'un llançament vertical amb velocitat inicial v_0 sin θ. El mòdul junta vx, que no canvia, i vy en aquest instant.

EQUACIÓ

$$x = (v_0 \cos\theta)\ t$$

$$y = (v_0 \sin\theta)\ t - \tfrac{1}{2}\, g\, t^2$$

CÀLCUL

$$v_x = 10\ \text{m/s} \cdot \cos 60^\circ = 5\ \text{m/s}$$

$$x = 5\ \text{m/s} \cdot 1\ \text{s} = 5\ \text{m}$$

$$y = 8{,}66\ \text{m/s} \cdot 1\ \text{s} - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 1\ \text{s}^2 = 3{,}76\ \text{m}$$

$$v = \sqrt{(5\ \text{m/s})^2 + (-1{,}14\ \text{m/s})^2} = 5{,}13\ \text{m/s}$$

RESULTAT És al punt x = **5 m**, y = **3,76 m**, i el mòdul de la velocitat és **5,13 m/s**.

2.23 La mànega a 45° SENZILL

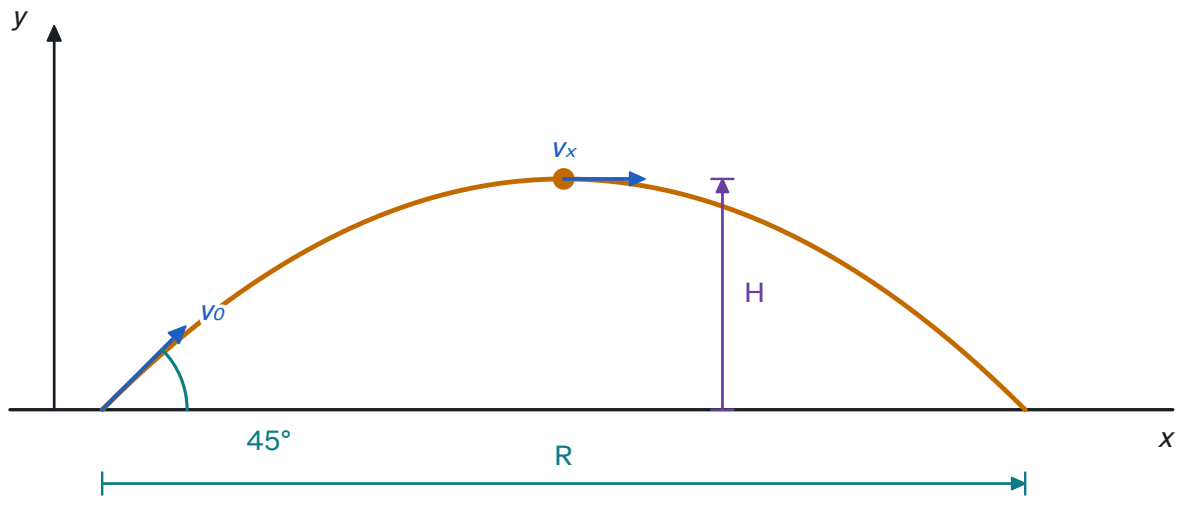


Figura 2.23. Tir des del terra a 45° i 7 m/s.

Una mànega, arran de terra, llança aigua a 7 m/s i a 45°. g = 9,8 m/s^2.

a) Quin abast fa el raig sobre el terra?

b) Quina alçada màxima assoleix?

Solució

PLANTEJAMENT El broc és a terra i l'aigua hi torna. A 45° l'abast és v_0^2/g.

EQUACIÓ

$$t = 2\, v_0 \sin\theta / g$$

$$H = (v_0 \sin\theta)^2 / (2g)$$

$$R = v_0^2 \sin 2\theta / g$$

CÀLCUL

$$H = (7\ \text{m/s} \cdot \sin 45^\circ)^2 / (2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2) = 1{,}25\ \text{m}$$

$$R = (7\ \text{m/s})^2 \cdot \sin 90^\circ / 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 5\ \text{m}$$

RESULTAT El raig arriba a **5 m** i puja **1,25 m**.

2.24 El llançament suau a 30° SENZILL

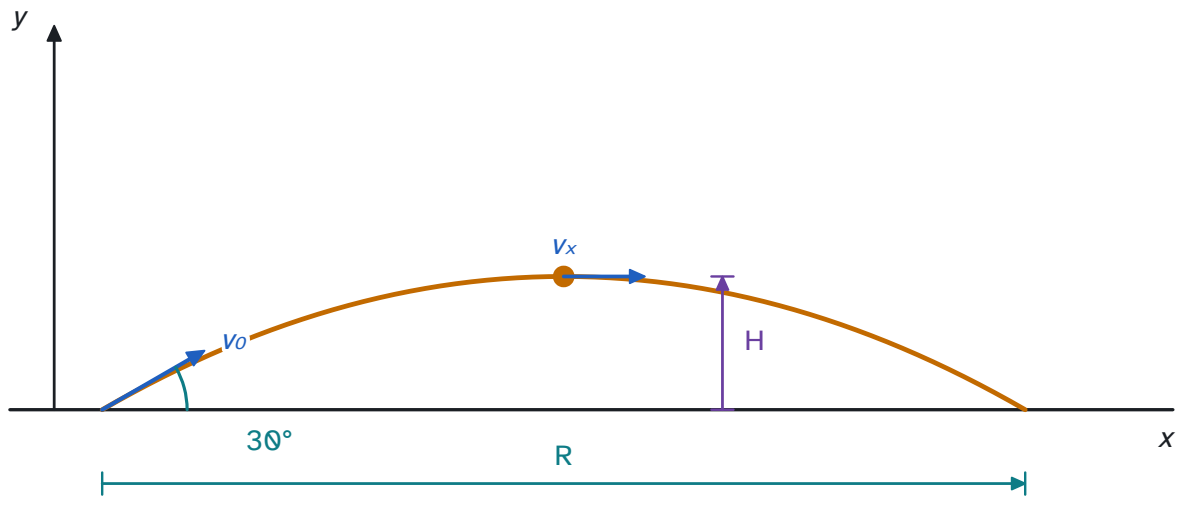


Figura 2.24. Tir des del terra a 30° i 6 m/s.

Es fa un llançament suau d'una pilota de platja des de la sorra, a 6 m/s i a 30°. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quant dura el vol?

b) Quina alçada màxima assoleix?

Solució

PLANTEJAMENT Velocitat petita i angle de 30°: $\sin 30° = 1/2$, així que la component vertical és la meitat de 6 m/s. El temps de vol és dues vegades el temps de pujada.

EQUACIÓ

$$t = 2\, v_0 \sin\theta / g$$

$$H = (v_0 \sin\theta)^2 / (2g)$$

$$R = v_0^2 \sin 2\theta / g$$

CÀLCUL

$$t = 2 \cdot 6\ \text{m/s} \cdot \sin 30^\circ / 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 0{,}61\ \text{s}$$

$$H = (6\ \text{m/s} \cdot \sin 30^\circ)^2 / (2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2) = 0{,}46\ \text{m}$$

RESULTAT El vol dura **0,61 s** i l'alçada màxima és **0,46 m**.

2.25 La fletxa a 45° MITJÀ

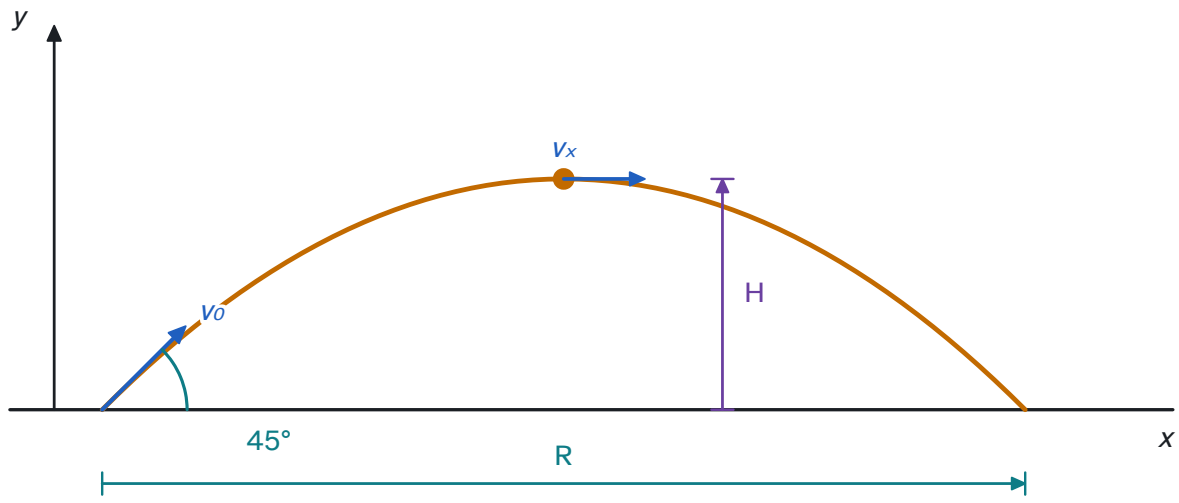


Figura 2.25. Tir des del terra a 45° i 18 m/s.

Una fletxa surt del terra a 18 m/s i a 45°. g = 9,8 m/s².

a) Quin abast fa?

b) Al punt més alt, quina velocitat li queda?

Solució

PLANTEJAMENT A 45° les dues components inicials són iguals. Al punt més alt només queda la horitzontal, $v_0 \cos 45°$.

EQUACIÓ

$$t = 2\, v_0 \sin\theta / g$$

$$H = (v_0 \sin\theta)^2 / (2g)$$

$$R = v_0^2 \sin 2\theta / g$$

CÀLCUL

$$v_x = 18\ \text{m/s} \cdot \cos 45^\circ = 12{,}73\ \text{m/s}$$

$$R = (18\ \text{m/s})^2 \cdot \sin 90^\circ / 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 33{,}06\ \text{m}$$

RESULTAT L'abast és **33,06 m** i al capdamunt la fletxa encara porta **12,73 m/s**.

TEMA 3 MOVIMENT

Moviment circular uniforme

Angle, velocitat angular, període, freqüència, v = ωr i acceleració centrípeta.

3.1 Angle, període i freqüència

Un mòbil descriu una circumferència amb rapidesa constant. L'angle girat es mesura en radiants. Un radian és l'angle que abasta un arc de longitud igual al radi; una volta sencera són 2π radiants.

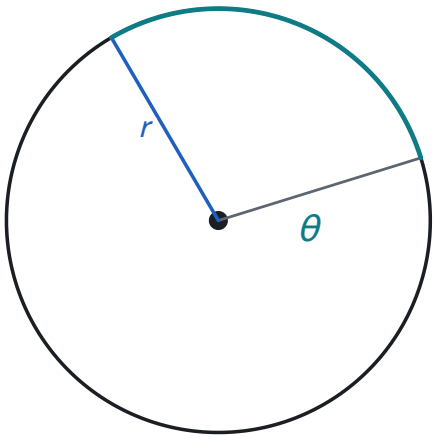
La **velocitat angular** és el ritme amb què creix l'angle:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

Si el moviment és uniforme, ω és constant. El **període** T és el temps d'una volta, i la **freqüència** f és el nombre de voltes per segon. Es relacionen així:

$$f = \frac{1}{T} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

La unitat de ω és el radian per segon, rad/s. La de la freqüència és el hertz, Hz, que és una volta per segon. Una freqüència de 50 Hz vol dir 50 voltes cada segon, no 50 rad/s.



ω = Δθ / Δt

T període

f freqüència

v = ω r

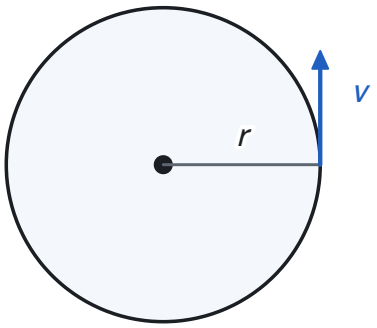
Figura 3.1.1. L'angle θ es mesura en radiants. La velocitat angular diu com de pressa creix aquest angle.

3.2 Velocitat lineal i velocitat angular

La velocitat del mòbil és tangent a la circumferència. El seu mòdul, la rapidesa lineal, i la velocitat angular es lliguen pel radi:

$$v = \omega\, r$$

A igualtat de ω, el punt de més radi va més de pressa. L'arc recorregut és $s = r\,\theta$, amb θ en radiants; per això $v = s/t = r\,\omega$.



$$\mathbf{v = \omega\, r}$$

$$a_c = v^2 / r$$

Figura 3.2.1. La velocitat és tangent. El seu mòdul és ω multiplicat pel radi.

> **Error freqüent**
>
> Posar l'angle en graus dins de $s = r\,\theta$ o de $\omega = \theta / t$. Aquestes fórmules volen radiants. Per passar de graus a radiants es multiplica per $\pi / 180$.

3.3 Acceleració centrípeta

Encara que el mòdul de la velocitat sigui constant, la velocitat com a vector canvia, perquè canvia de direcció. Hi ha, per tant, acceleració. En un MCU aquesta acceleració apunta cap al centre de la circumferència i es diu **acceleració centrípeta**:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2\, r$$

No hi ha acceleració tangencial: el mòbil no va ni més de pressa ni més a poc a poc. Tota l'acceleració serveix per girar el vector velocitat. Com més ràpid i com més tancada és la corba, més gran és a_c.

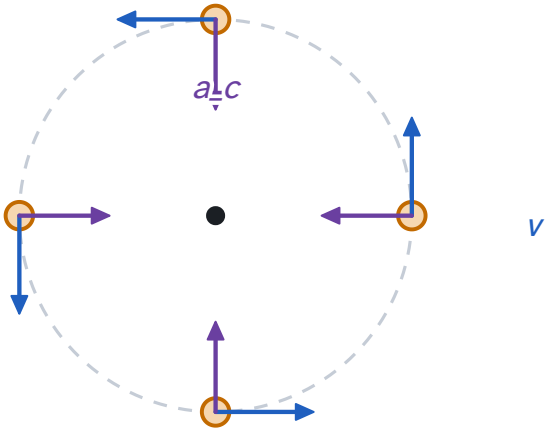


Figura 3.3.1. En qualsevol punt del MCU la velocitat és tangent i l'acceleració centrípeta apunta al centre.

Més endavant, quan es parli de forces, aquesta acceleració demanarà una força resultant cap al centre, $F_c = m\,a_c$. Ara n'hi ha prou de saber calcular a_c i de no confondre-la amb una acceleració que faci canviar el mòdul de v.

F Formulari del tema

Relació	Unitat
$\omega = 2\pi / T = 2\pi f$	rad/s
$f = 1/T$	Hz
$v = \omega r$	m/s
$a_c = v^2 / r = \omega^2 r$	m/s^2
$s = r\,\theta$	m, amb θ en rad

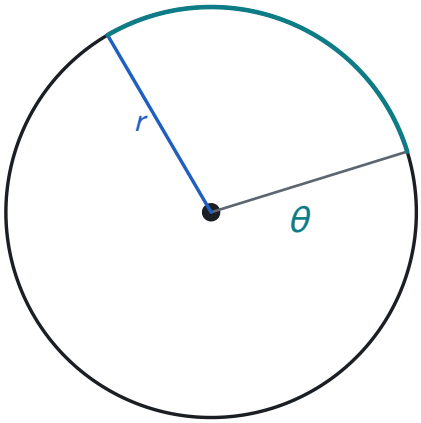
E Errors freqüents

- Confondre freqüència i velocitat angular. Passar de l'una a l'altra exigeix el factor 2π.
- Dir que en un MCU l'acceleració és zero perquè «la velocitat és constant». El mòdul és constant; el vector no.
- Posar l'acceleració centrípeta tangent a la trajectòria. És radial, cap al centre.
- Fer servir graus on la fórmula vol radiants.

P Problemes

Els problemes són de 1r de batxillerat: primer els senzills i després algun de dificultat mitjana. Es resolen amb les equacions del tema, àlgebra senzilla i sinus i cosinus. Cada solució justifica el plantejament i substitueix les dades amb unitats. Si no es diu una altra cosa, $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

3.1 La nòria SENZILL



$$\omega = \Delta\theta / \Delta t$$

T període

f freqüència

$$v = \omega\, r$$

Figura 3.1. Una volta cada 20 s.

La nòria del parc fa una volta cada 20 s, a ritme constant.

a) Quina freqüència té?

b) Quina velocitat angular?

Solució

PLANTEJAMENT El període és el temps d'una volta. La freqüència és l'invers, i la velocitat angular compta els 2π radiants de cada volta. No s'han de confondre Hz i rad/s.

EQUACIÓ

$$f = 1/T$$

$$\omega = 2\pi / T$$

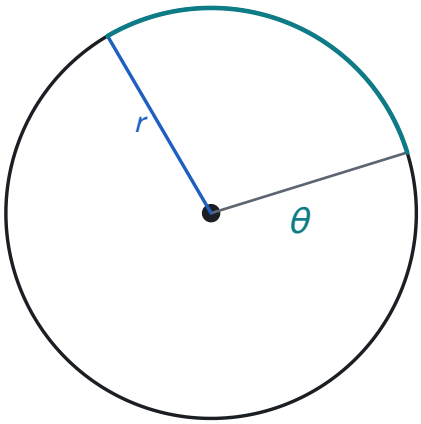
CÀLCUL

$$f = 1 / 20\ \text{s} = 0{,}05\ \text{Hz}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 0{,}05\ \text{Hz} = 0{,}31\ \text{rad/s}$$

RESULTAT Fa **0,05 Hz** i la velocitat angular és **0,31 rad/s**.

3.2 El plat del microones SENZILL



$\omega = \Delta\theta / \Delta t$

T període

f freqüència

$v = \omega\, r$

Figura 3.2. Una volta cada 5 s.

El plat del microones fa una volta cada 5 s.

a) Quina freqüència té?

b) Quina velocitat angular?

Solució

PLANTEJAMENT El període és el temps d'una volta. La freqüència és l'invers, i la velocitat angular compta els 2π radiants de cada volta. No s'han de confondre Hz i rad/s.

EQUACIÓ

$$f = 1/T$$

$$\omega = 2\pi / T$$

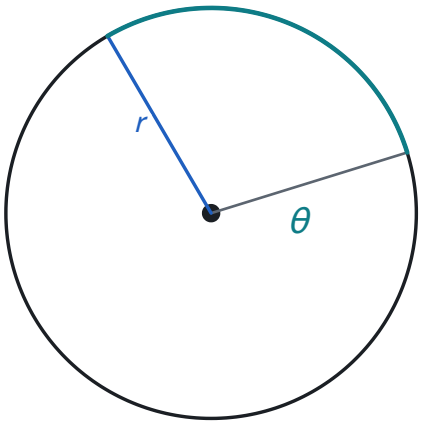
CÀLCUL

$$f = 1 / 5 \text{ s} = 0{,}2 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 0{,}2 \text{ Hz} = 1{,}26 \text{ rad/s}$$

RESULTAT Fa **0,2 Hz** i la velocitat angular és **1,26 rad/s**.

3.3 El carrusel SENZILL



$\omega = \Delta\theta / \Delta t$

T període

f freqüència

$v = \omega\, r$

Figura 3.3. Una volta cada 8 s.

El carrusel de la fira fa una volta cada 8 s.

a) Quina freqüència té?

b) Quina velocitat angular?

Solució

PLANTEJAMENT El període és el temps d'una volta. La freqüència és l'invers, i la velocitat angular compta els 2π radiants de cada volta. No s'han de confondre Hz i rad/s.

EQUACIÓ

$$f = 1/T$$

$$\omega = 2\pi / T$$

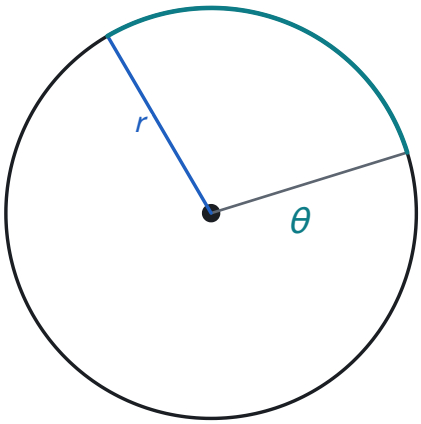
CÀLCUL

$$f = 1 / 8\ \text{s} = 0{,}13\ \text{Hz}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 0{,}13\ \text{Hz} = 0{,}79\ \text{rad/s}$$

RESULTAT Fa **0,13 Hz** i la velocitat angular és **0,79 rad/s**.

3.4 La rentadora al centrifugat SENZILL



$\omega = \Delta\theta / \Delta t$

T període

f freqüència

$v = \omega\, r$

Figura 3.4. Una volta cada 0,5 s.

El bombo d'una rentadora, en un centrifugat lent de laboratori, fa una volta cada 0,5 s.

a) Quina freqüència té?

b) Quina velocitat angular?

Solució

PLANTEJAMENT El període és el temps d'una volta. La freqüència és l'invers, i la velocitat angular compta els 2π radiants de cada volta. No s'han de confondre Hz i rad/s.

EQUACIÓ

$$f = 1/T$$

$$\omega = 2\pi / T$$

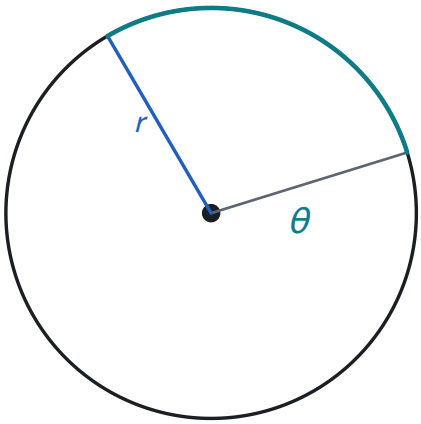
CÀLCUL

$$f = 1 / 0{,}5 \text{ s} = 2 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 2 \text{ Hz} = 12{,}57 \text{ rad/s}$$

RESULTAT Fa **2 Hz** i la velocitat angular és **12,57 rad/s**.

3.5 L'agulla del rellotge de cuina SENZILL



$\omega = \Delta\theta / \Delta t$

T període

f freqüència

$v = \omega\, r$

Figura 3.5. Una volta cada 60 s.

El segoner d'un rellotge de cuina fa una volta cada 60 s.

a) Quina freqüència té?

b) Quina velocitat angular?

Solució

PLANTEJAMENT El període és el temps d'una volta. La freqüència és l'invers, i la velocitat angular compta els 2π radiants de cada volta. No s'han de confondre Hz i rad/s.

EQUACIÓ

$$f = 1/T$$

$$\omega = 2\pi / T$$

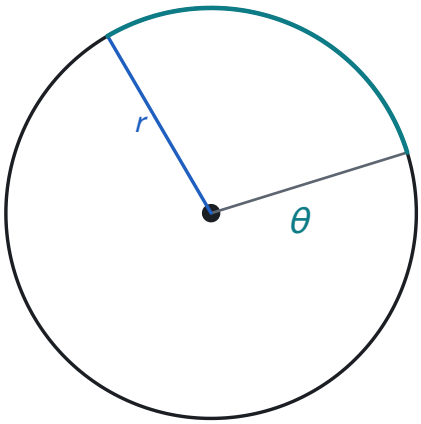
CÀLCUL

$$f = 1 / 60\ \text{s} = 0{,}02\ \text{Hz}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 0{,}02\ \text{Hz} = 0{,}10\ \text{rad/s}$$

RESULTAT Fa **0,02 Hz** i la velocitat angular és **0,10 rad/s**.

3.6 La sínia del poble SENZILL



$\omega = \Delta\theta / \Delta t$

T període

f freqüència

$v = \omega\, r$

Figura 3.6. Una volta cada 12 s.

La sínia del poble fa una volta cada 12 s.

a) Quina freqüència té?

b) Quina velocitat angular?

Solució

PLANTEJAMENT El període és el temps d'una volta. La freqüència és l'invers, i la velocitat angular compta els 2π radiants de cada volta. No s'han de confondre Hz i rad/s.

EQUACIÓ

$$f = 1/T$$

$$\omega = 2\pi / T$$

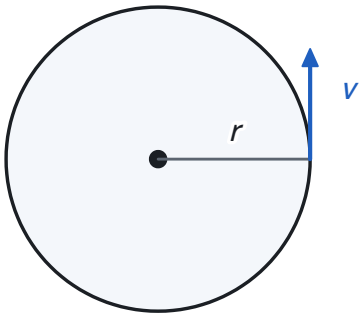
CÀLCUL

$$f = 1 / 12 \text{ s} = 0{,}08 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 0{,}08 \text{ Hz} = 0{,}52 \text{ rad/s}$$

RESULTAT Fa **0,08 Hz** i la velocitat angular és **0,52 rad/s**.

3.7 La cadira exterior de la nòria MITJÀ



$$v = \omega r$$

$$a_c = v^2 / r$$

Figura 3.7. v = ω r al punt indicat.

Una nòria gira a 0,05 Hz. Una cadira és a 8 m de l'eix.

a) Quina velocitat angular té la nòria?

b) A quina velocitat es mou la cadira?

Solució

PLANTEJAMENT La freqüència es passa a velocitat angular multiplicant per 2π. La velocitat lineal d'un punt és ω r: com més lluny de l'eix, més de pressa va.

EQUACIÓ

$$\omega = 2\pi f$$

$$v = \omega r$$

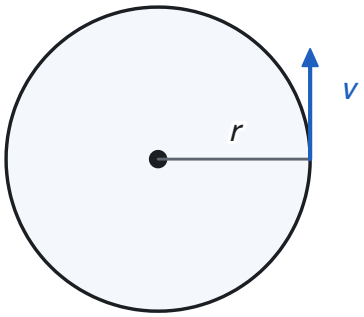
CÀLCUL

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 0{,}05 \text{ Hz} = 0{,}31 \text{ rad/s}$$

$$v = 0{,}31 \text{ rad/s} \cdot 8 \text{ m} = 2{,}51 \text{ m/s}$$

RESULTAT La velocitat angular és **0,31 rad/s** i el punt va a **2,51 m/s**.

3.8 El torn del pou MITJÀ



$$v = \omega r$$

$$a_c = v^2 / r$$

Figura 3.8. v = ω r al punt indicat.

Un torn gira a 2 Hz. La corda s'enrotlla en un cilindre de 0,15 m de radi.

a) Quina velocitat angular té el cilindre?

b) A quina velocitat puja la galleda, si no rellisca?

Solució

PLANTEJAMENT La freqüència es passa a velocitat angular multiplicant per 2π. La velocitat lineal d'un punt és ω r: com més lluny de l'eix, més de pressa va.

EQUACIÓ

$$\omega = 2\pi f$$

$$v = \omega r$$

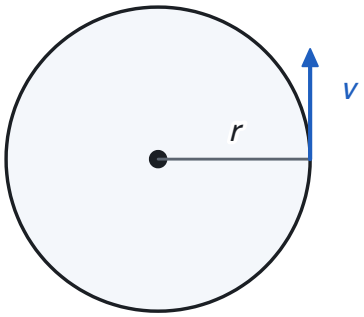
CÀLCUL

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 2 \text{ Hz} = 12{,}57 \text{ rad/s}$$

$$v = 12{,}57 \text{ rad/s} \cdot 0{,}15 \text{ m} = 1{,}88 \text{ m/s}$$

RESULTAT La velocitat angular és **12,57 rad/s** i el punt va a **1,88 m/s**.

3.9 El disc de vinil MITJÀ



$$v = \omega r$$

$$a_c = v^2 / r$$

Figura 3.9. v = ω r al punt indicat.

Un disc gira a 0,55 Hz. El solc exterior és a 0,14 m del centre.

a) Quina velocitat angular té?

b) A quina velocitat passa l'agulla per aquest solc?

Solució

PLANTEJAMENT La freqüència es passa a velocitat angular multiplicant per 2π. La velocitat lineal d'un punt és ω r: com més lluny de l'eix, més de pressa va.

EQUACIÓ

$$\omega = 2\pi f$$

$$v = \omega r$$

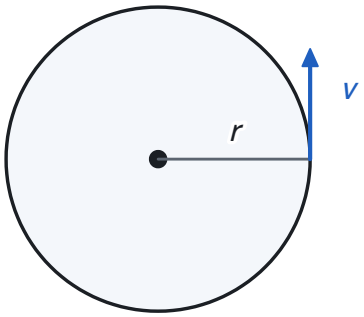
CÀLCUL

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 0{,}55 \text{ Hz} = 3{,}46 \text{ rad/s}$$

$$v = 3{,}46 \text{ rad/s} \cdot 0{,}14 \text{ m} = 0{,}48 \text{ m/s}$$

RESULTAT La velocitat angular és **3,46 rad/s** i el punt va a **0,48 m/s**.

3.10 L'hèlix del ventilador MITJÀ



$$v = \omega r$$

$$a_c = v^2 / r$$

Figura 3.10. v = ω r al punt indicat.

Un ventilador gira a 8 Hz. La punta de l'hèlix és a 0,20 m de l'eix.

a) Quina velocitat angular té?

b) A quina velocitat es mou la punta?

Solució

PLANTEJAMENT La freqüència es passa a velocitat angular multiplicant per 2π. La velocitat lineal d'un punt és ω r: com més lluny de l'eix, més de pressa va.

EQUACIÓ

$$\omega = 2\pi f$$

$$v = \omega r$$

CÀLCUL

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 8 \text{ Hz} = 50{,}27 \text{ rad/s}$$

$$v = 50{,}27 \text{ rad/s} \cdot 0{,}2 \text{ m} = 10{,}05 \text{ m/s}$$

RESULTAT La velocitat angular és **50,27 rad/s** i el punt va a **10,05 m/s**.

3.11 El cotxe a la rotonda MITJÀ

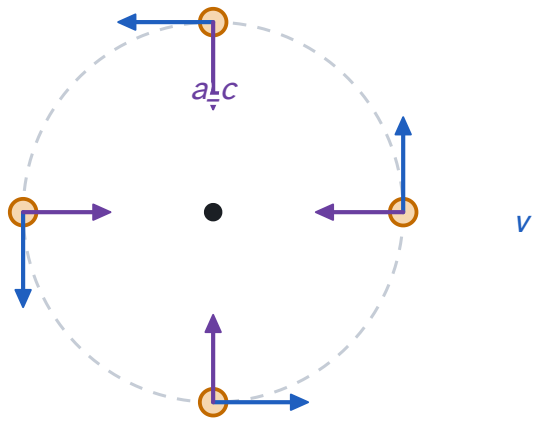


Figura 3.11. Velocitat tangent i acceleració cap al centre.

Un cotxe pren una rotonda de 30 m de radi a 12 m/s constants.

a) Quina velocitat angular porta?

b) Quina acceleració centrípeta?

Solució

PLANTEJAMENT La rapidesa és constant, però la direcció canvia: hi ha acceleració centrípeta, cap al centre, de valor v^2/r. La velocitat angular és v/r.

EQUACIÓ

$$\omega = v/r$$

$$a_c = v^2/r$$

CÀLCUL

$$\omega = 12\ \text{m/s} / 30\ \text{m} = 0{,}4\ \text{rad/s}$$

$$a_c = (12\ \text{m/s})^2 / 30\ \text{m} = 4{,}8\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT La velocitat angular és **0,4 rad/s** i l'acceleració centrípeta és **4,8 m/s²**.

3.12 La bicicleta al velòdrom MITJÀ

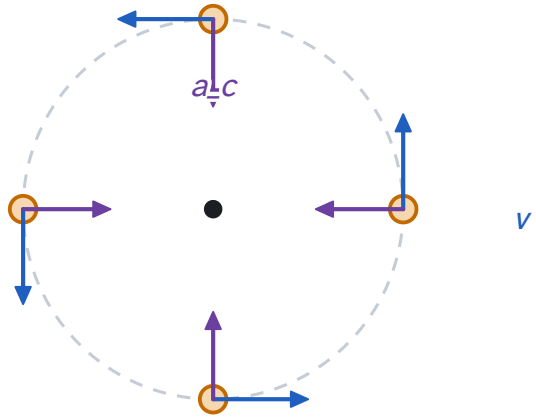


Figura 3.12. Velocitat tangent i acceleració cap al centre.

Una bicicleta va a 8 m/s per un velòdrom de 20 m de radi, a rapidesa constant.

a) Quina velocitat angular té?

b) Quina acceleració centrípeta?

Solució

PLANTEJAMENT La rapidesa és constant, però la direcció canvia: hi ha acceleració centrípeta, cap al centre, de valor v^2/r. La velocitat angular és v/r.

EQUACIÓ

$$\omega = v/r$$

$$a_c = v^2/r$$

CÀLCUL

$$\omega = 8\ \text{m/s} / 20\ \text{m} = 0{,}4\ \text{rad/s}$$

$$a_c = (8\ \text{m/s})^2 / 20\ \text{m} = 3{,}2\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT La velocitat angular és **0,4 rad/s** i l'acceleració centrípeta és **3,2 m/s²**.

3.13 El cotxe de xoc MITJÀ

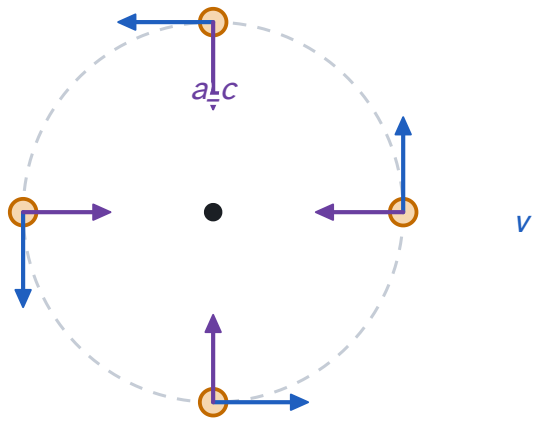


Figura 3.13. Velocitat tangent i acceleració cap al centre.

Un cotxe de xoc descriu una circumferència de 8 m de radi a 6 m/s constants.

a) Quina velocitat angular té?

b) Quina acceleració centrípeta?

Solució

PLANTEJAMENT La rapidesa és constant, però la direcció canvia: hi ha acceleració centrípeta, cap al centre, de valor v^2/r. La velocitat angular és v/r.

EQUACIÓ

$$\omega = v/r$$

$$a_c = v^2/r$$

CÀLCUL

$$\omega = 6\ \text{m/s} / 8\ \text{m} = 0{,}75\ \text{rad/s}$$

$$a_c = (6\ \text{m/s})^2 / 8\ \text{m} = 4{,}5\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT La velocitat angular és **0,75 rad/s** i l'acceleració centrípeta és **4,5 m/s²**.

3.14 La pedra de la fona MITJÀ

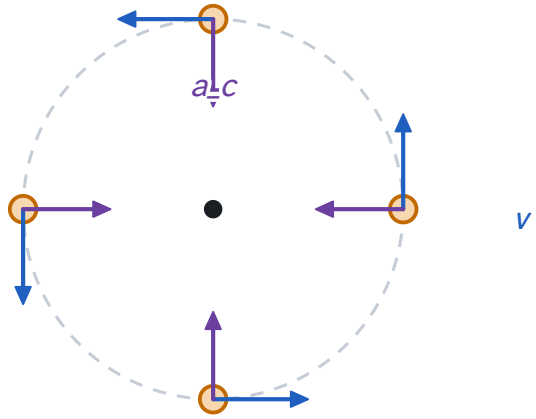


Figura 3.14. Velocitat tangent i acceleració cap al centre.

Una fona fa girar una pedra a 10 m/s en una circumferència de 0,8 m de radi.

a) Quina velocitat angular té?

b) Quina acceleració centrípeta?

Solució

PLANTEJAMENT La rapidesa és constant, però la direcció canvia: hi ha acceleració centrípeta, cap al centre, de valor v^2/r. La velocitat angular és v/r.

EQUACIÓ

$$\omega = v/r$$

$$a_c = v^2/r$$

CÀLCUL

$$\omega = 10 \text{ m/s} / 0{,}8 \text{ m} = 12{,}5 \text{ rad/s}$$

$$a_c = (10 \text{ m/s})^2 / 0{,}8 \text{ m} = 125 \text{ m/s}^2$$

RESULTAT La velocitat angular és **12,5 rad/s** i l'acceleració centrípeta és **125 m/s²**.

3.15 El tren al revolt MITJÀ

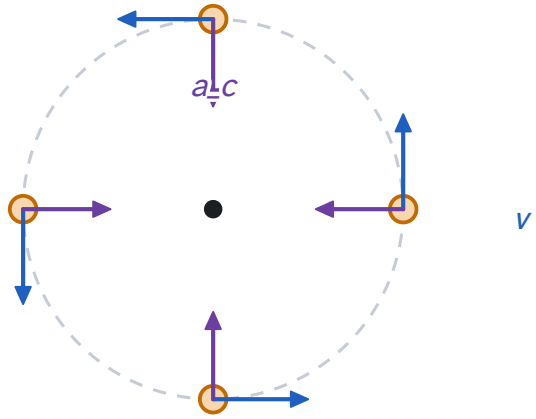


Figura 3.15. Velocitat tangent i acceleració cap al centre.

Un tren pren un revolt de 400 m de radi a 20 m/s constants.

a) Quina velocitat angular té?

b) Quina acceleració centrípeta?

Solució

PLANTEJAMENT La rapidesa és constant, però la direcció canvia: hi ha acceleració centrípeta, cap al centre, de valor v^2/r. La velocitat angular és v/r.

EQUACIÓ

$$\omega = v/r$$

$$a_c = v^2/r$$

CÀLCUL

$$\omega = 20\ \text{m/s} / 400\ \text{m} = 0{,}05\ \text{rad/s}$$

$$a_c = (20\ \text{m/s})^2 / 400\ \text{m} = 1\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT La velocitat angular és **0,05 rad/s** i l'acceleració centrípeta és **1 m/s²**.

3.16 El patinador MITJÀ

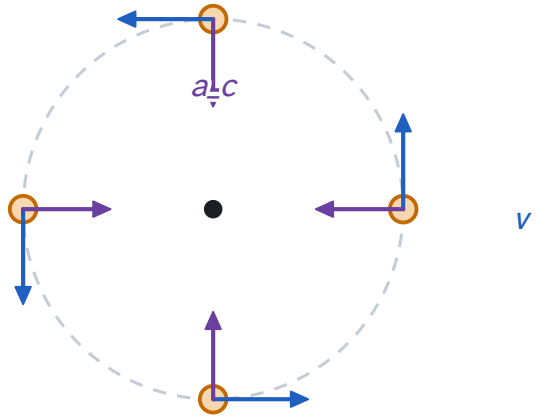


Figura 3.16. Velocitat tangent i acceleració cap al centre.

Un patinador fa un cercle de 5 m de radi a 4 m/s constants.

a) Quina velocitat angular té?

b) Quina acceleració centrípeta?

Solució

PLANTEJAMENT La rapidesa és constant, però la direcció canvia: hi ha acceleració centrípeta, cap al centre, de valor v^2/r. La velocitat angular és v/r.

EQUACIÓ

$$\omega = v/r$$

$$a_c = v^2/r$$

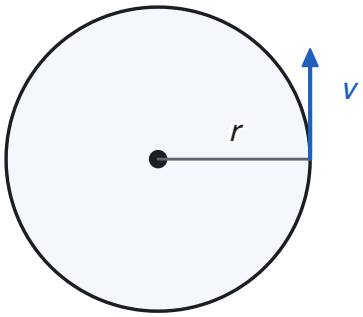
CÀLCUL

$$\omega = 4\ \text{m/s} / 5\ \text{m} = 0{,}8\ \text{rad/s}$$

$$a_c = (4\ \text{m/s})^2 / 5\ \text{m} = 3{,}2\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT La velocitat angular és **0,8 rad/s** i l'acceleració centrípeta és **3,2 m/s²**.

3.17 El molinet de vent SENZILL



$$v = \omega\, r$$

$$a_c = v^2 / r$$

Figura 3.17. Dades: ω i r.

Un molinet gira a 4 rad/s. Una bola de l'extrem és a 0,3 m de l'eix.

a) A quina velocitat es mou la bola?

b) Quina acceleració centrípeta té?

Solució

PLANTEJAMENT Ens donen la velocitat angular en rad/s. La velocitat lineal és ω r i l'acceleració centrípeta és ω^2 r.

EQUACIÓ

$$v = \omega\, r$$

$$a_c = \omega^2\, r$$

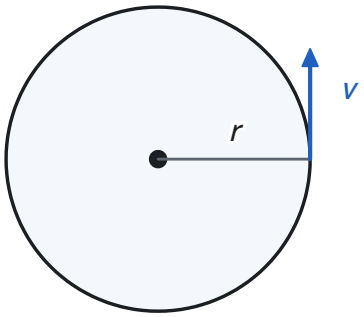
CÀLCUL

$$v = 4\ \text{rad/s} \cdot 0{,}3\ \text{m} = 1{,}2\ \text{m/s}$$

$$a_c = 4\ \text{rad/s}^2 \cdot 0{,}3\ \text{m} = 4{,}8\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT La velocitat és **1,2 m/s** i l'acceleració centrípeta és **4,8 m/s²**.

3.18 La grua que gira SENZILL



$$v = \omega\, r$$

$$a_c = v^2 / r$$

Figura 3.18. Dades: ω i r.

El braç d'una grua gira a 0,2 rad/s. La càrrega penja a 25 m de l'eix de gir.

a) A quina velocitat es desplaça la càrrega?

b) Quina acceleració centrípeta té?

Solució

PLANTEJAMENT Ens donen la velocitat angular en rad/s. La velocitat lineal és ω r i l'acceleració centrípeta és ω^2 r.

EQUACIÓ

$$v = \omega\, r$$

$$a_c = \omega^2\, r$$

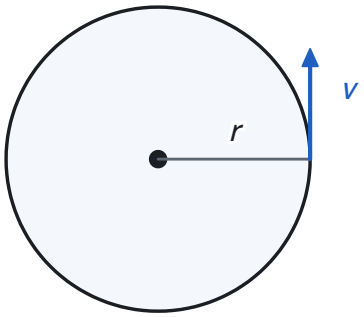
CÀLCUL

$$v = 0{,}2\ \text{rad/s} \cdot 25\ \text{m} = 5\ \text{m/s}$$

$$a_c = 0{,}2\ \text{rad/s}^2 \cdot 25\ \text{m} = 1\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT La velocitat és **5 m/s** i l'acceleració centrípeta és **1 m/s²**.

3.19 El cavallet del carrusel SENZILL



$$v = \omega\, r$$

$$a_c = v^2 / r$$

Figura 3.19. Dades: ω i r.

El carrusel gira a 0,8 rad/s. Un cavallet és a 4 m del centre.

a) A quina velocitat va el cavallet?

b) Quina acceleració centrípeta té?

Solució

PLANTEJAMENT Ens donen la velocitat angular en rad/s. La velocitat lineal és ω r i l'acceleració centrípeta és ω^2 r.

EQUACIÓ

$$v = \omega\, r$$

$$a_c = \omega^2\, r$$

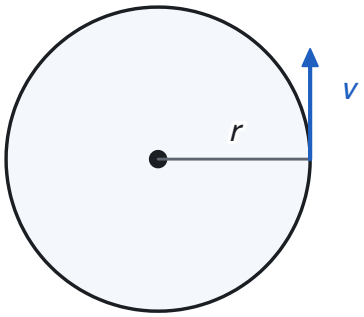
CÀLCUL

$$v = 0{,}8\ \text{rad/s} \cdot 4\ \text{m} = 3{,}2\ \text{m/s}$$

$$a_c = 0{,}8\ \text{rad/s}^2 \cdot 4\ \text{m} = 2{,}56\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT La velocitat és **3,2 m/s** i l'acceleració centrípeta és **2,56 m/s²**.

3.20 La bola del pèndol cònic de fira SENZILL



$$v = \omega r$$

$$a_c = v^2 / r$$

Figura 3.20. Dades: ω i r.

Una bola lligada a un fil gira en horitzontal a 6 rad/s. El radi del cercle és 0,5 m.

a) A quina velocitat va la bola?

b) Quina acceleració centrípeta té?

Solució

PLANTEJAMENT Ens donen la velocitat angular en rad/s. La velocitat lineal és ω r i l'acceleració centrípeta és ω^2 r.

EQUACIÓ

$$v = \omega\, r$$

$$a_c = \omega^2\, r$$

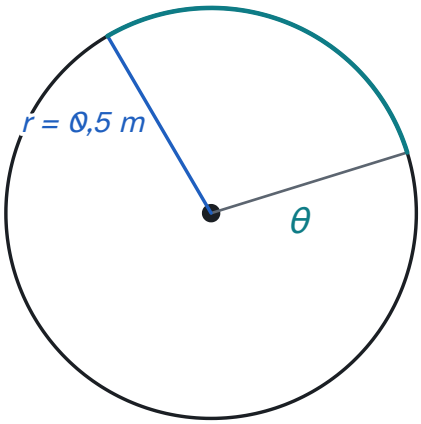
CÀLCUL

$$v = 6\ \text{rad/s} \cdot 0{,}5\ \text{m} = 3\ \text{m/s}$$

$$a_c = 6\ \text{rad/s}^2 \cdot 0{,}5\ \text{m} = 18\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT La velocitat és **3 m/s** i l'acceleració centrípeta és **18 m/s²**.

3.21 El braç del robot MITJÀ



$\omega = \Delta\theta / \Delta t$

T període

f freqüència

$v = \omega\, r$

Figura 3.21. L'arc és rθ, amb θ en radiants.

El braç d'un robot, de 0,5 m, gira un angle d'1 rad en 0,5 s, a ritme constant.

a) Quina velocitat angular té?

b) Quina longitud d'arc recorre la punta?

Solució

PLANTEJAMENT L'angle ja és en radiants. La velocitat angular és l'angle partit pel temps, i la longitud de l'arc és r θ. Si l'angle fos en graus, primer s'hauria de passar a radiants.

EQUACIÓ

$$\omega = \theta / t$$

$$s = r\,\theta$$

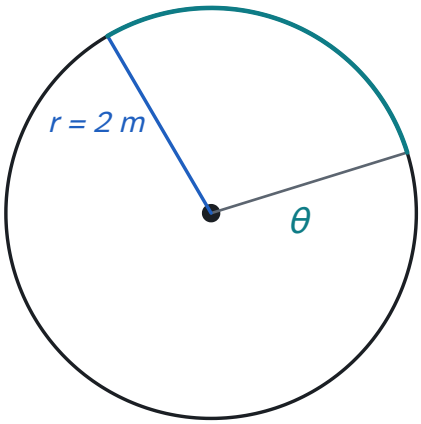
CÀLCUL

$$\omega = 1\ \text{rad} / 0{,}5\ \text{s} = 2\ \text{rad/s}$$

$$s = 0{,}5\ \text{m} \cdot 1\ \text{rad} = 0{,}5\ \text{m}$$

RESULTAT La velocitat angular és **2 rad/s** i l'arc fa **0,5 m**.

3.22 La porta del garatge MITJÀ



$\omega = \Delta\theta / \Delta t$

T període

f freqüència

$v = \omega\, r$

Figura 3.22. L'arc és rθ, amb θ en radiants.

Una porta corredissa circular, de radi 2 m, gira 0,5 rad en 2 s.

a) Quina velocitat angular té?

b) Quina longitud recorre l'extrem?

Solució

PLANTEJAMENT L'angle ja és en radiants. La velocitat angular és l'angle partit pel temps, i la longitud de l'arc és r θ. Si l'angle fos en graus, primer s'hauria de passar a radiants.

EQUACIÓ

$$\omega = \theta / t$$

$$s = r\,\theta$$

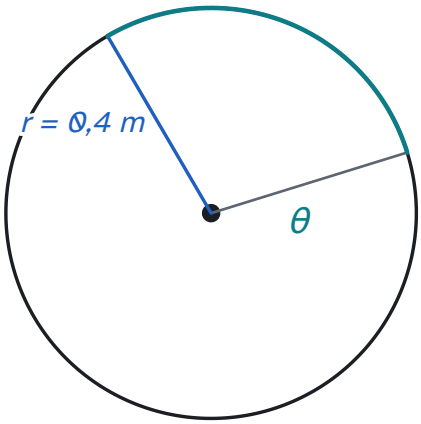
CÀLCUL

$$\omega = 0{,}5\ \text{rad} / 2\ \text{s} = 0{,}25\ \text{rad/s}$$

$$s = 2\ \text{m} \cdot 0{,}5\ \text{rad} = 1\ \text{m}$$

RESULTAT La velocitat angular és **0,25 rad/s** i l'arc fa **1 m**.

3.23 L'eixugaparabrises MITJÀ



$\omega = \Delta\theta / \Delta t$

T període

f freqüència

$v = \omega\, r$

Figura 3.23. L'arc és rθ, amb θ en radiants.

La punta d'un eixugaparabrises és a 0,4 m de l'eix i escombra 1 rad en 0,4 s.

a) Quina velocitat angular té?

b) Quina longitud de vidre escombra?

Solució

PLANTEJAMENT L'angle ja és en radiants. La velocitat angular és l'angle partit pel temps, i la longitud de l'arc és r θ. Si l'angle fos en graus, primer s'hauria de passar a radiants.

EQUACIÓ

$$\omega = \theta / t$$

$$s = r\,\theta$$

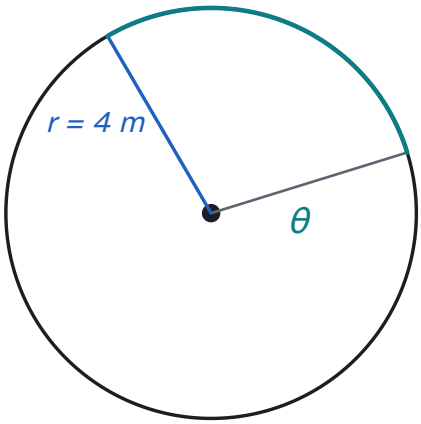
CÀLCUL

$$\omega = 1\ \text{rad} / 0{,}4\ \text{s} = 2{,}5\ \text{rad/s}$$

$$s = 0{,}4\ \text{m} \cdot 1\ \text{rad} = 0{,}4\ \text{m}$$

RESULTAT La velocitat angular és **2,5 rad/s** i l'arc fa **0,4 m**.

3.24 El focus de l'escenari MITJÀ



$\omega = \Delta\theta / \Delta t$

T període

f freqüència

$v = \omega\, r$

Figura 3.24. L'arc és rθ, amb θ en radiants.

Un focus gira 1,5 rad en 3 s. El feix il·lumina un teló situat, en aquest moviment, sobre un arc de 4 m de radi.

a) Quina velocitat angular té el focus?

b) Quina longitud de teló escombra el feix?

Solució

PLANTEJAMENT L'angle ja és en radiants. La velocitat angular és l'angle partit pel temps, i la longitud de l'arc és r θ. Si l'angle fos en graus, primer s'hauria de passar a radiants.

EQUACIÓ

$$\omega = \theta / t$$

$$s = r\,\theta$$

CÀLCUL

$$\omega = 1{,}5\ \text{rad} / 3\ \text{s} = 0{,}5\ \text{rad/s}$$

$$s = 4\ \text{m} \cdot 1{,}5\ \text{rad} = 6\ \text{m}$$

RESULTAT La velocitat angular és **0,5 rad/s** i l'arc fa **6 m**.

3.25 La formiga al disc MITJÀ

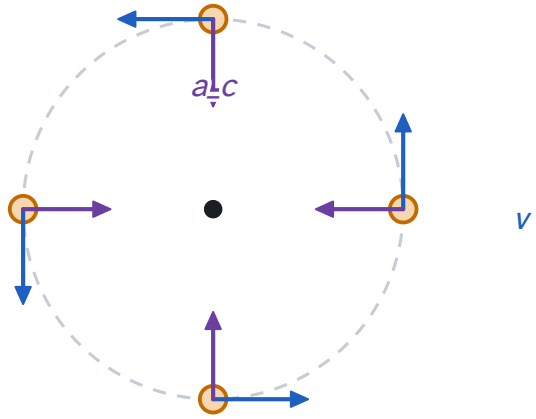


Figura 3.25. Rapidesa constant i acceleració cap al centre.

Una formiga camina a 0,05 m/s per la vora d'un disc de 0,1 m de radi, a rapidesa constant.

a) Quina acceleració centrípeta té?

b) Quant triga a fer una volta?

Solució

PLANTEJAMENT L'acceleració centrípeta és v^2/r. El període és el temps d'una volta: la longitud $2\pi r$ dividida per la rapidesa.

EQUACIÓ

$$a_c = v^2/r$$

$$T = 2\pi\, r\, /\, v$$

CÀLCUL

$$a_c = (0{,}05\ \text{m/s})^2 / 0{,}1\ \text{m} = 0{,}03\ \text{m/s}^2$$

$$T = 2 \cdot \pi \cdot 0{,}1\ \text{m} / 0{,}05\ \text{m/s} = 12{,}57\ \text{s}$$

RESULTAT L'acceleració centrípeta és **0,03 m/s²** i una volta dura **12,57 s**.

3.26 El punt del pneumàtic MITJÀ

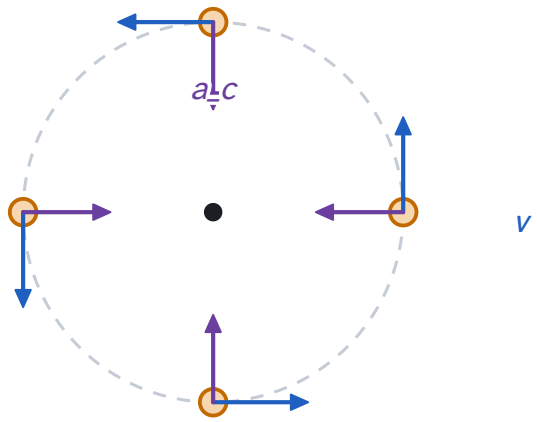


Figura 3.26. Rapidesa constant i acceleració cap al centre.

Un punt de la banda de rodament d'un pneumàtic de 0,3 m de radi es mou a 9 m/s respecte del centre, en un tram on la roda gira a ritme constant.

a) Quina acceleració centrípeta té?

b) Quant triga la roda a fer una volta?

Solució

PLANTEJAMENT L'acceleració centrípeta és v^2/r. El període és el temps d'una volta: la longitud $2\pi r$ dividida per la rapidesa.

EQUACIÓ

$$a_c = v^2/r$$

$$T = 2\pi\, r \,/\, v$$

CÀLCUL

$$a_c = (9\ \text{m/s})^2 \,/\, 0{,}3\ \text{m} = 270\ \text{m/s}^2$$

$$T = 2 \cdot \pi \cdot 0{,}3\ \text{m} \,/\, 9\ \text{m/s} = 0{,}21\ \text{s}$$

RESULTAT L'acceleració centrípeta és **270 m/s²** i una volta dura **0,21 s**.

TEMA 4

DINÀMICA

Lleis de Newton

Inèrcia, llei fonamental i parells acció-reacció. Massa i pes.

4.1 La primera llei

Si la força resultant sobre un cos és zero, la velocitat del cos no canvia: o està quiet, o es mou en línia recta amb velocitat constant. Aquest enunciat és la **primera llei de Newton**, o llei de la inèrcia. No cal una força per mantenir un MRU. Cal una força resultant diferent de zero per canviar la velocitat, és a dir, per accelerar, frenar o girar.

La inèrcia és la resistència a aquest canvi. Es mesura amb la massa. Un camió i una pilota que vagin a la mateixa velocitat no són igual de «difícils d'aturar»: el camió té més massa i, per tant, més inèrcia.

Recorda

Un cos en repòs i un cos en MRU tenen, tots dos, força resultant nul·la. L'equilibri no és només «estar quiet».

4.2 La segona llei

La força resultant sobre un cos i l'acceleració que adquireix són proporcionals. La constant de proporcionalitat és la massa:

$$\vec{F}_{\text{res}} = m\vec{a}$$

En mòdul, si la resultant té mòdul F, $F = m\,a$. La força es mesura en newtons. Un newton és la força que dona a una massa d'un quilogram una acceleració d'un metre per segon al quadrat:
1 N = 1 kg \cdot m/s^2.

La resultant és la suma vectorial de totes les forces, no «la força més gran». Si dues forces iguals i oposades actuen sobre el mateix cos, la resultant és zero i el cos no accelera. L'acceleració té sempre la direcció i el sentit de la resultant, no els de cadascuna de les forces per separat.

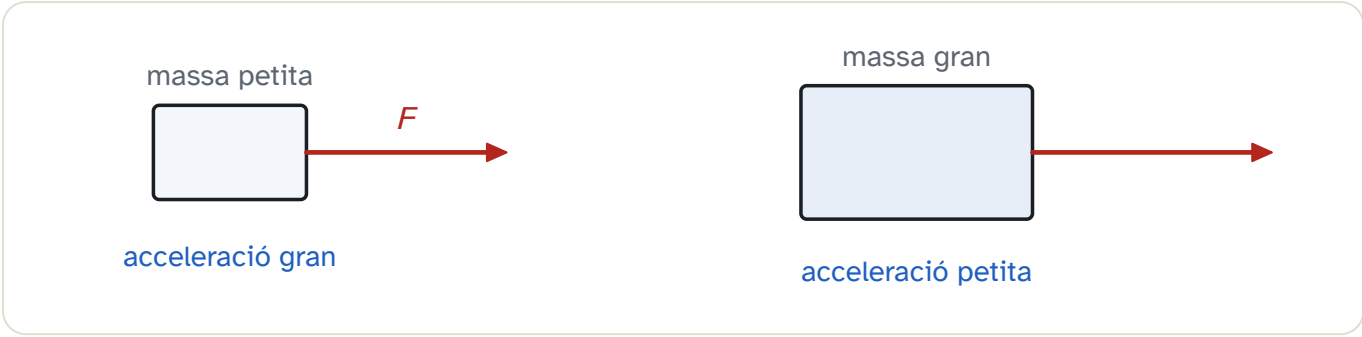


Figura 4.2.1. La mateixa força resultant dona més acceleració al cos de menys massa.

4.3 La tercera llei

Les forces apareixen per parelles. Si un cos A fa una força sobre un cos B, el cos B fa sobre A una força del mateix mòdul, la mateixa direcció i sentit contrari. Les dues forces són simultànies, de la mateixa natura, i **actuen sobre cossos diferents**. Per això no es cancel·len entre elles: cada una entra al diagrama d'un cos diferent.

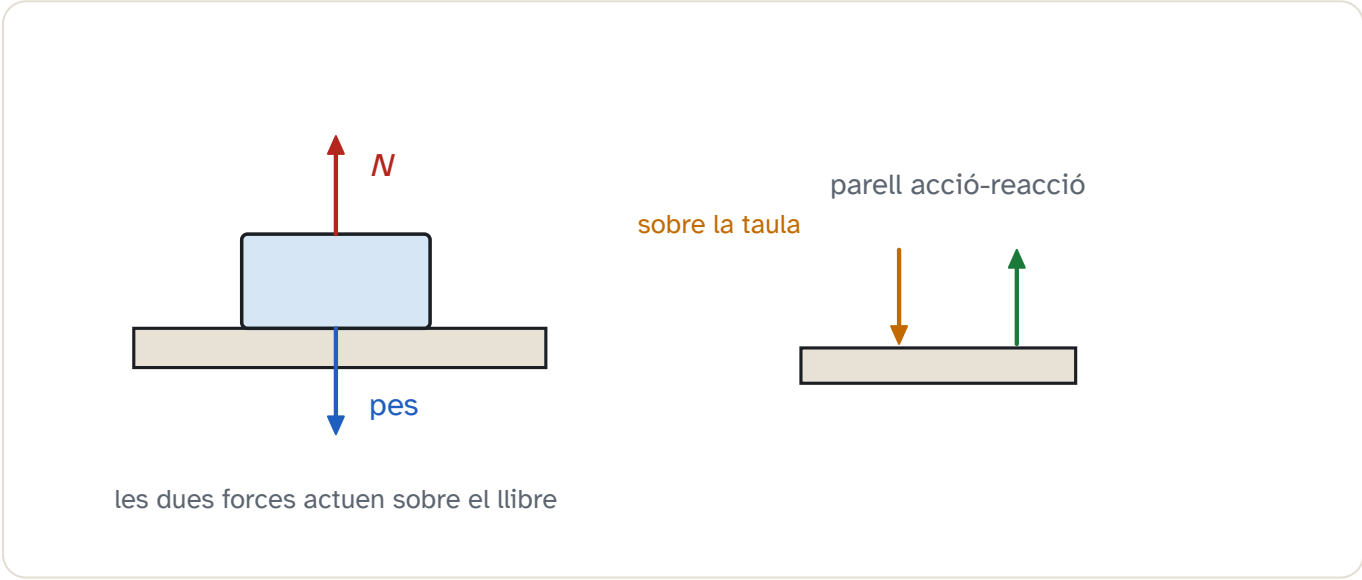


Figura 4.3.1. El pes i la normal que actuen sobre el llibre no formen un parell acció-reacció, perquè totes dues actuen sobre el llibre. El parell de la normal és la força amb què el llibre empeny la taula.

El pes d'un llibre i la normal de la taula sobre el llibre poden sumar zero i deixar el llibre en equilibri, però no són un parell de la tercera llei: totes dues actuen sobre el llibre. El parell del pes és l'atracció que el llibre fa sobre la Terra. El parell de la normal és l'empenta del llibre contra la taula.

4.4 Massa i pes

La **massa** m mesura la inèrcia i també la quantitat de matèria. No depèn del lloc. Es mesura en quilograms.

El **pes** és la força amb què la Terra atrau el cos. A prop de la superfície val

$$P = m\,g$$

amb $g = 9{,}8$ m/s². El pes es mesura en newtons, no en quilograms. Un cos de 2 kg pesa $2 \cdot 9{,}8 = 19{,}6$ N. A la Lluna la massa seria la mateixa i el pes, no, perquè g hi és més petit.

> **Error freqüent**
>
> Escriure el pes en quilograms, o posar la massa en newtons dins de $F = m\,a$. Abans de substituir, cada dada ha d'estar en la unitat que la fórmula espera.

F Formulari del tema

Relació	Comentari
$F_{\text{res}} = m\,a$	Segona llei, en mòdul.
$P = m\,g$	Pes a prop de la Terra, g = 9,8 m/s².
Parell acció-reacció	Mateix mòdul, sentits oposats, cossos diferents.

E Errors freqüents

- Creure que el moviment demana una força resultant en el sentit de la velocitat. Això només és cert si hi ha acceleració en aquest sentit.
- Sumar com a nombres dues forces que no tenen la mateixa direcció.
- Cancel·lar les dues forces d'un parell acció-reacció dins del diagrama d'un sol cos.
- Confondre massa i pes.

P Problemes

Els problemes són de 1r de batxillerat: primer els senzills i després algun de dificultat mitjana. Es resolen amb les equacions del tema, àlgebra senzilla i sinus i cosinus. Cada solució justifica el plantejament i substitueix les dades amb unitats. Si no es diu una altra cosa, g = 9,8 m/s².

4.1 Empènyer el carretó SENZILL

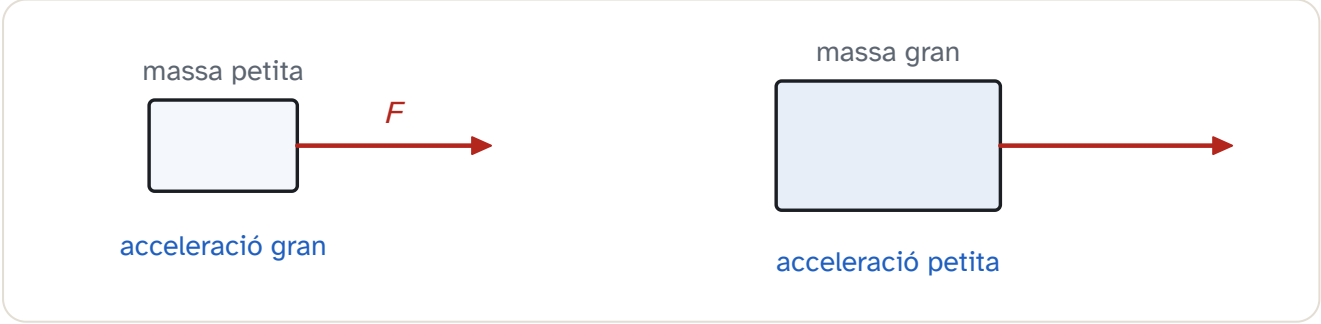


Figura 4.1. La mateixa relació F = m a, amb les dades d'aquest cas.

Un carretó de 20 kg, amb les rodes que no frenen, rep una força resultant de direcció constant que li dona una acceleració de 0,5 m/s².

Quant val la força resultant?

Solució

PLANTEJAMENT La segona llei diu que la força resultant és la massa multiplicada per l'acceleració. Resultant i acceleració tenen el mateix sentit. No s'hi han de sumar el pes ni la normal si ja es compensen i la dada és l'acceleració horitzontal.

EQUACIÓ

$$F = m\,a$$

CÀLCUL

$$F = 20\ \text{kg} \cdot 0{,}5\ \text{m/s}^2 = 10\ \text{N}$$

RESULTAT La força resultant és **10 N**.

4.2 El disc d'hoquei SENZILL



Figura 4.2. La mateixa relació F = m a, amb les dades d'aquest cas.

Un disc d'hoquei de 0,2 kg rep una força resultant que li dona una acceleració de 4 m/s² sobre el gel. Quant val la força resultant?

Solució

PLANTEJAMENT La segona llei diu que la força resultant és la massa multiplicada per l'acceleració. Resultant i acceleració tenen el mateix sentit. No s'hi han de sumar el pes ni la normal si ja es compensen i la dada és l'acceleració horitzontal.

EQUACIÓ

$$F = m\,a$$

CÀLCUL

$$F = 0{,}2\ \text{kg} \cdot 4\ \text{m/s}^2 = 0{,}8\ \text{N}$$

RESULTAT La força resultant és **0,8 N**.

4.3 El cotxe que accelera SENZILL



Figura 4.3. La mateixa relació F = m a, amb les dades d'aquest cas.

Un cotxe de 1200 kg accelera a 1,5 m/s² en una recta. La força que es demana és la resultant, no la del motor sola.

Quant val la força resultant?

Solució

PLANTEJAMENT La segona llei diu que la força resultant és la massa multiplicada per l'acceleració. Resultant i acceleració tenen el mateix sentit. No s'hi han de sumar el pes ni la normal si ja es compensen i la dada és l'acceleració horitzontal.

EQUACIÓ

$$F = m\,a$$

CÀLCUL

$$F = 1200\ \text{kg} \cdot 1{,}5\ \text{m/s}^2 = 1800\ \text{N}$$

RESULTAT La força resultant és **1800 N**.

4.4 La caixa del passadís SENZILL



Figura 4.4. La mateixa relació F = m a, amb les dades d'aquest cas.

S'empeny una caixa de 8 kg pel passadís i adquireix una acceleració de 0,8 m/s². La força que es demana és la resultant.

Quant val la força resultant?

Solució

PLANTEJAMENT La segona llei diu que la força resultant és la massa multiplicada per l'acceleració. Resultant i acceleració tenen el mateix sentit. No s'hi han de sumar el pes ni la normal si ja es compensen i la dada és l'acceleració horitzontal.

EQUACIÓ

$$F = m\,a$$

CÀLCUL

$$F = 8\ \text{kg} \cdot 0{,}8\ \text{m/s}^2 = 6{,}4\ \text{N}$$

RESULTAT La força resultant és **6,4 N**.

4.5 El llibre sobre la taula d'aire SENZILL



Figura 4.5. La mateixa relació F = m a, amb les dades d'aquest cas.

Un llibre de 1,2 kg, damunt una taula d'aire, adquireix una acceleració de 3 m/s² sota una força resultant horitzontal.

Quant val la força resultant?

Solució

PLANTEJAMENT La segona llei diu que la força resultant és la massa multiplicada per l'acceleració. Resultant i acceleració tenen el mateix sentit. No s'hi han de sumar el pes ni la normal si ja es compensen i la dada és l'acceleració horitzontal.

EQUACIÓ

$$F = m\,a$$

CÀLCUL

$$F = 1{,}2\ \text{kg} \cdot 3\ \text{m/s}^2 = 3{,}6\ \text{N}$$

RESULTAT La força resultant és **3,6 N**.

4.6 La pilota de bòling SENZILL



Figura 4.6. La mateixa relació F = m a, amb les dades d'aquest cas.

Una pilota de bòling de 5 kg adquireix una acceleració de 2 m/s² en el sentit de la força resultant. Quant val la força resultant?

Solució

PLANTEJAMENT La segona llei diu que la força resultant és la massa multiplicada per l'acceleració. Resultant i acceleració tenen el mateix sentit. No s'hi han de sumar el pes ni la normal si ja es compensen i la dada és l'acceleració horitzontal.

EQUACIÓ

$$F = m\,a$$

CÀLCUL

$$F = 5\ \text{kg} \cdot 2\ \text{m/s}^2 = 10\ \text{N}$$

RESULTAT La força resultant és **10 N**.

4.7 Estirar el trineu al gel SENZILL

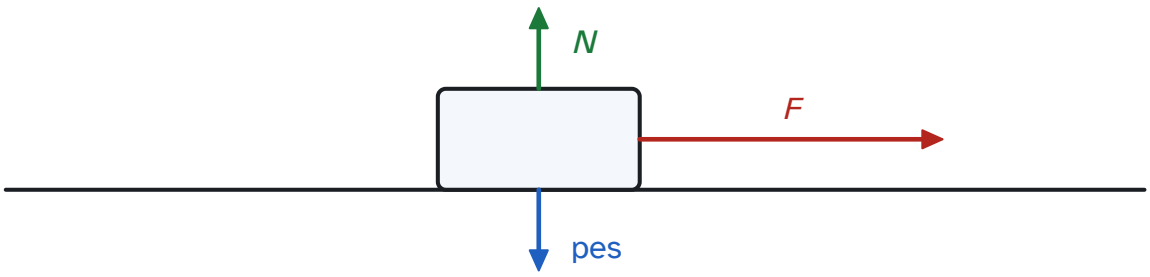


Figura 4.7. La fletxa F és la resultant d'aquest enunciat.

S'estira un trineu de 10 kg sobre gel polit amb una força resultant de 40 N. Quina acceleració adquireix?

Solució

PLANTEJAMENT La força de l'enunciat ja és la resultant. L'acceleració és aquesta força dividida per la massa, en el mateix sentit.

EQUACIÓ

$$a = F/m$$

CÀLCUL

$$a = 40\ \text{N} / 10\ \text{kg} = 4\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT L'acceleració és **4 m/s²**.

4.8 La barca al canal SENZILL

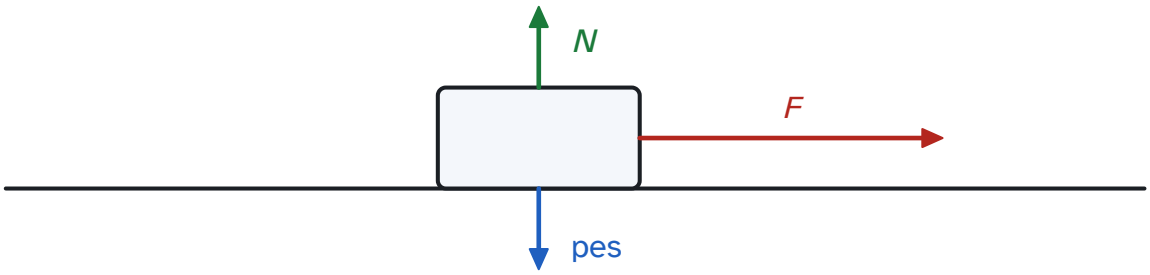


Figura 4.8. La fletxa F és la resultant d'aquest enunciat.

Una barca de 80 kg rep una força resultant de 200 N en el sentit de la marxa. Quina acceleració adquireix?

Solució

PLANTEJAMENT La força de l'enunciat ja és la resultant. L'acceleració és aquesta força dividida per la massa, en el mateix sentit.

EQUACIÓ

$$a = F/m$$

CÀLCUL

$$a = 200\ \text{N} / 80\ \text{kg} = 2{,}5\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT L'acceleració és **2,5 m/s²**.

4.9 El calaix buit SENZILL

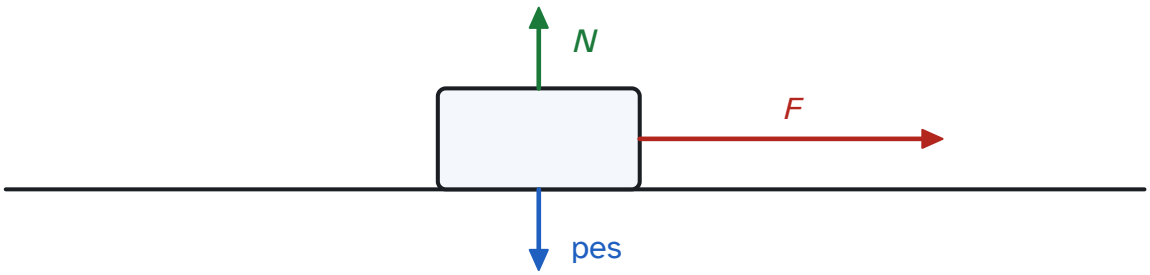


Figura 4.9. La fletxa F és la resultant d'aquest enunciat.

S'estira un calaix de 6 kg amb una força resultant de 15 N. Quina acceleració adquireix?

Solució

PLANTEJAMENT La força de l'enunciat ja és la resultant. L'acceleració és aquesta força dividida per la massa, en el mateix sentit.

EQUACIÓ

$$a = F/m$$

CÀLCUL

$$a = 15\ \text{N} / 6\ \text{kg} = 2{,}5\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT L'acceleració és **2,5 m/s²**.

4.10 El contenidor SENZILL

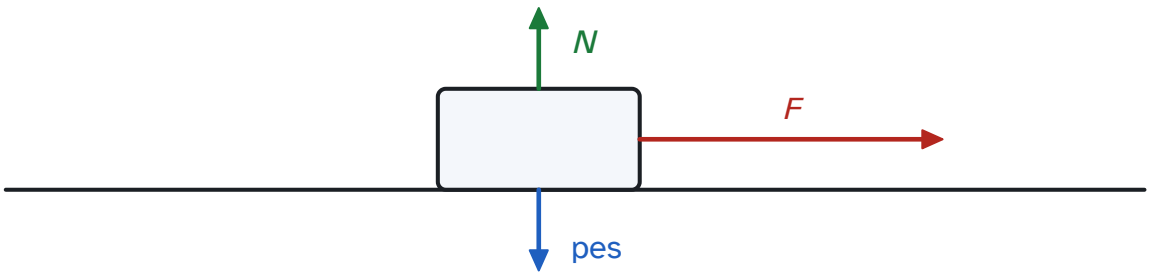


Figura 4.10. La fletxa F és la resultant d'aquest enunciat.

Un contenidor de 250 kg rep una força resultant de 500 N. Quina acceleració adquireix?

Solució

PLANTEJAMENT La força de l'enunciat ja és la resultant. L'acceleració és aquesta força dividida per la massa, en el mateix sentit.

EQUACIÓ

$$a = F/m$$

CÀLCUL

$$a = 500\ \text{N} / 250\ \text{kg} = 2\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT L'acceleració és **2 m/s²**.

4.11 La maleta a la cinta SENZILL

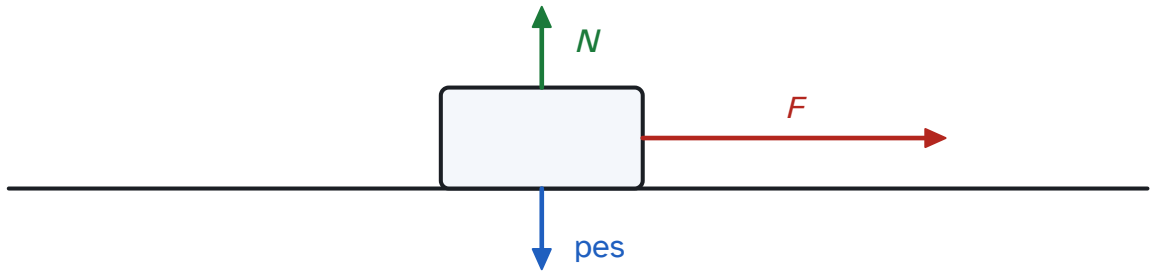


Figura 4.11. La fletxa F és la resultant d'aquest enunciat.

Una maleta de 8 kg és a una cinta que li comunica una força resultant de 4 N en el sentit del moviment. Quina acceleració adquireix?

Solució

PLANTEJAMENT La força de l'enunciat ja és la resultant. L'acceleració és aquesta força dividida per la massa, en el mateix sentit.

EQUACIÓ

$$a = F/m$$

CÀLCUL

$$a = 4\ \text{N} / 8\ \text{kg} = 0{,}5\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT L'acceleració és **0,5 m/s²**.

4.12 El monopatí SENZILL

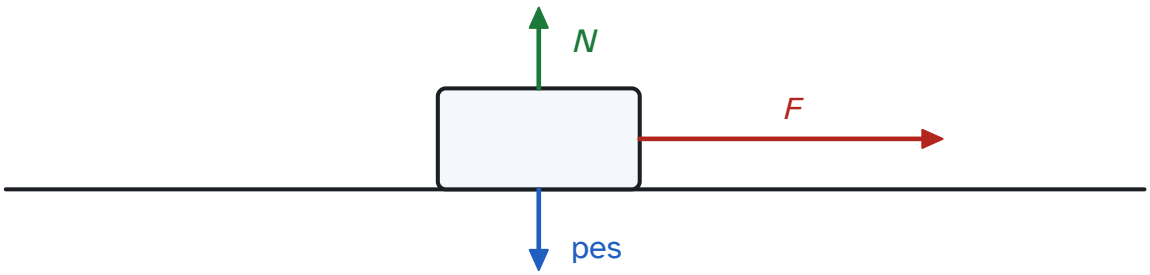


Figura 4.12. La fletxa F és la resultant d'aquest enunciat.

Un monopatí, amb el genet, té una massa de 50 kg i rep una força resultant de 25 N. Quina acceleració adquireix?

Solució

PLANTEJAMENT La força de l'enunciat ja és la resultant. L'acceleració és aquesta força dividida per la massa, en el mateix sentit.

EQUACIÓ

$$a = F/m$$

CÀLCUL

$$a = 25\ \text{N} / 50\ \text{kg} = 0{,}5\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT L'acceleració és **0,5 m/s²**.

4.13 El pes de l'alumne SENZILL

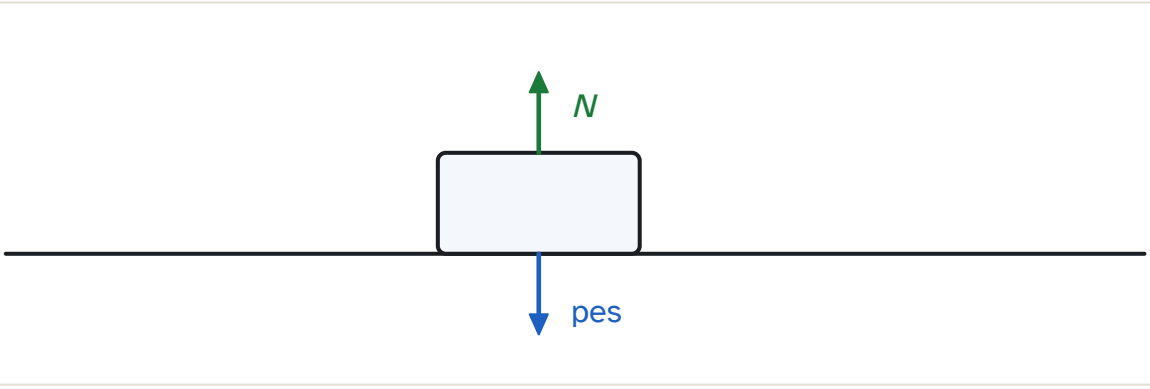


Figura 4.13. El pes és vertical i cap avall.

Un alumne té una massa de 60 kg. Quant pesa, en newtons, a prop de la Terra? Pren g = 9,8 m/s². La massa seria la mateixa a la Lluna; el pes, no.

Solució

PLANTEJAMENT El pes és la força d'atracció de la Terra, P = m g. No és la massa: es mesura en newtons.

EQUACIÓ

$$P = m\,g$$

CÀLCUL

$$P = 60\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 588\ \text{N}$$

RESULTAT Pesa **588 N**.

4.14 El pes de la motxilla SENZILL

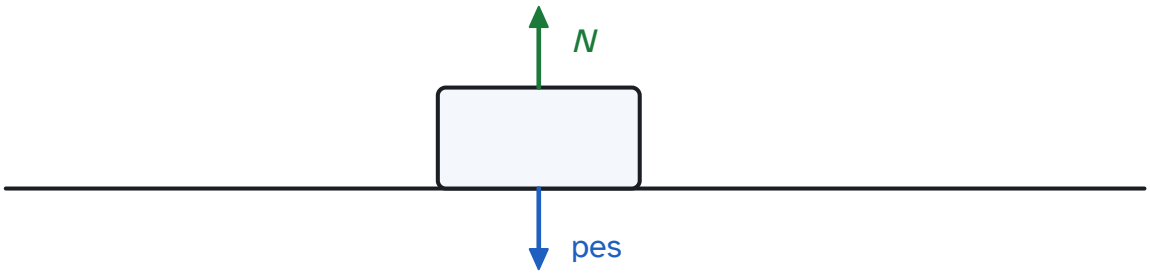


Figura 4.14. El pes és vertical i cap avall.

Una motxilla té una massa de 4 kg. Quant pesa, en newtons, a prop de la Terra? Pren g = 9,8 m/s². La massa seria la mateixa a la Lluna; el pes, no.

Solució

PLANTEJAMENT El pes és la força d'atracció de la Terra, P = m g. No és la massa: es mesura en newtons.

EQUACIÓ

$$P = m\,g$$

CÀLCUL

$$P = 4\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 39{,}2\ \text{N}$$

RESULTAT Pesa **39,2 N**.

4.15 El pes de la poma SENZILL

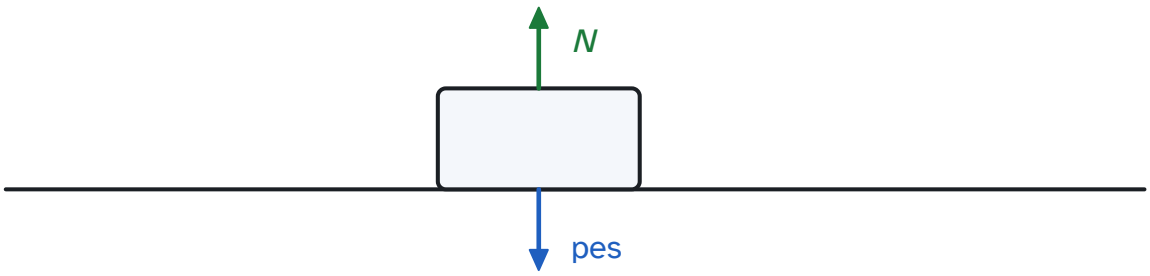


Figura 4.15. El pes és vertical i cap avall.

Una poma té una massa de 0,2 kg. Quant pesa, en newtons, a prop de la Terra? Pren g = 9,8 m/s^2. La massa seria la mateixa a la Lluna; el pes, no.

Solució

PLANTEJAMENT El pes és la força d'atracció de la Terra, P = m g. No és la massa: es mesura en newtons.

EQUACIÓ

$$P = m\,g$$

CÀLCUL

$$P = 0{,}2\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 1{,}96\ \text{N}$$

RESULTAT Pesa **1,96 N**.

4.16 El pes del cotxe petit SENZILL

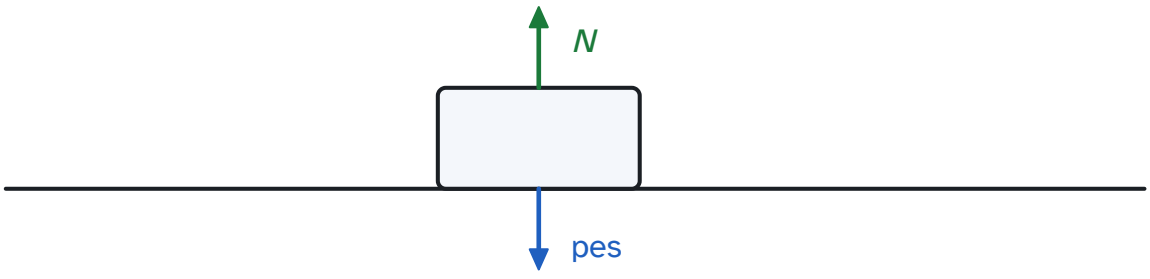


Figura 4.16. El pes és vertical i cap avall.

Un cotxe petit té una massa de 900 kg. Quant pesa, en newtons, a prop de la Terra? Pren g = 9,8 m/s^2. La massa seria la mateixa a la Lluna; el pes, no.

Solució

PLANTEJAMENT El pes és la força d'atracció de la Terra, P = m g. No és la massa: es mesura en newtons.

EQUACIÓ

$$P = m\,g$$

CÀLCUL

$$P = 900\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 8820\ \text{N}$$

RESULTAT Pesa **8820 N**.

4.17 El pes del llibre de física SENZILL

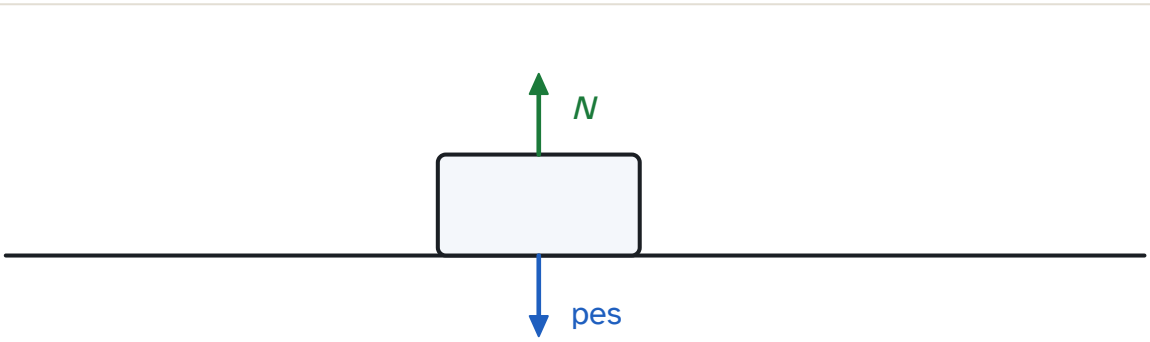


Figura 4.17. El pes és vertical i cap avall.

El llibre de física té una massa de 0,8 kg. Quant pesa, en newtons, a prop de la Terra? Pren g = 9,8 m/s². La massa seria la mateixa a la Lluna; el pes, no.

Solució

PLANTEJAMENT El pes és la força d'atracció de la Terra, P = m g. No és la massa: es mesura en newtons.

EQUACIÓ

$$P = m\,g$$

CÀLCUL

$$P = 0{,}8\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 7{,}84\ \text{N}$$

RESULTAT Pesa **7,84 N**.

4.18 El pes de la maleta SENZILL

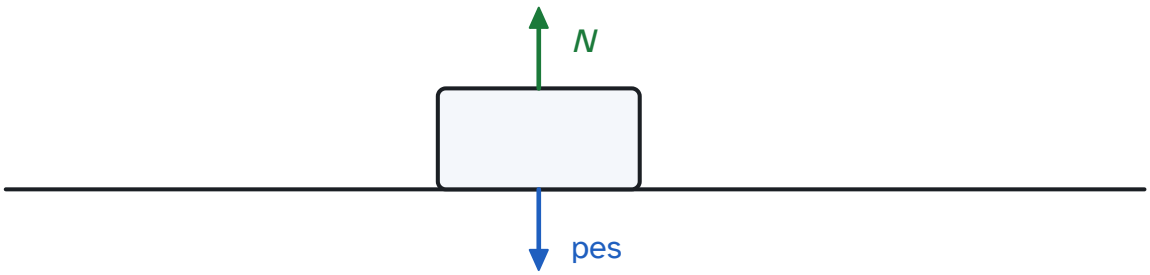


Figura 4.18. El pes és vertical i cap avall.

Una maleta de mà té una massa de 8 kg. Quant pesa, en newtons, a prop de la Terra? Pren g = 9,8 m/s^2. La massa seria la mateixa a la Lluna; el pes, no.

Solució

PLANTEJAMENT El pes és la força d'atracció de la Terra, P = m g. No és la massa: es mesura en newtons.

EQUACIÓ

$$P = m\,g$$

CÀLCUL

$$P = 8\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 78{,}4\ \text{N}$$

RESULTAT Pesa **78,4 N**.

4.19 Quina massa té el bloc SENZILL



Figura 4.19. Es busca la massa, no la força.

Una força resultant de 30 N dona a un bloc una acceleració de 2 m/s^2. Quina massa té?

Solució

PLANTEJAMENT És la segona llei a l'inrevés: la massa és la força resultant dividida per l'acceleració.

EQUACIÓ

$$m = F/a$$

CÀLCUL

$$m = 30\ \text{N} / 2\ \text{m/s}^2 = 15\ \text{kg}$$

RESULTAT La massa és **15 kg**.

4.20 La massa del carret SENZILL



Figura 4.20. Es busca la massa, no la força.

Una força resultant de 7 N dona al carret una acceleració d'1,4 m/s^2. Quina massa té?

Solució

PLANTEJAMENT És la segona llei a l'inrevés: la massa és la força resultant dividida per l'acceleració.

EQUACIÓ

$$m = F/a$$

CÀLCUL

$$m = 7\ \text{N} / 1{,}4\ \text{m/s}^2 = 5\ \text{kg}$$

RESULTAT La massa és **5 kg**.

4.21 La massa de la sonda de joguina SENZILL



Figura 4.21. Es busca la massa, no la força.

Una força resultant de 4 N dona a una sonda de joguina una acceleració de 0,2 m/s^2. Quina massa té?

Solució

PLANTEJAMENT És la segona llei a l'inrevés: la massa és la força resultant dividida per l'acceleració.

EQUACIÓ

$$m = F/a$$

CÀLCUL

$$m = 4\ \text{N} / 0{,}2\ \text{m/s}^2 = 20\ \text{kg}$$

RESULTAT La massa és **20 kg**.

4.22 La massa del trineu SENZILL

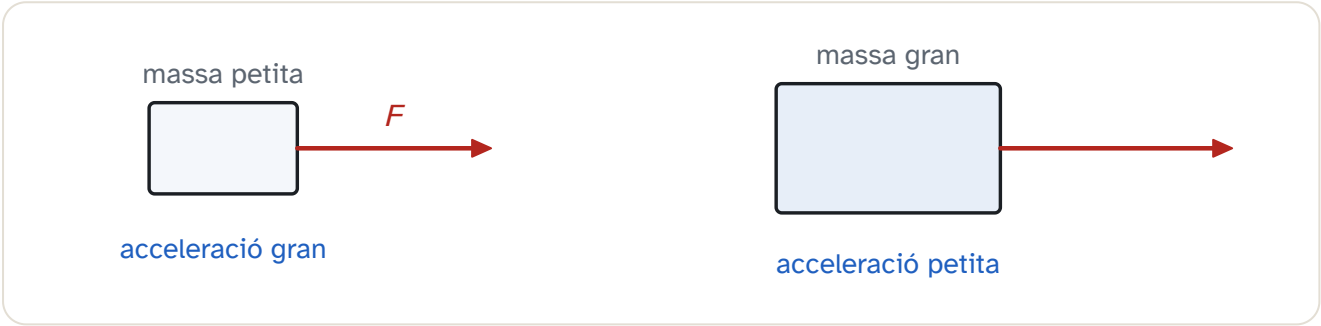


Figura 4.22. Es busca la massa, no la força.

Una força resultant de 12 N dona al trineu una acceleració de 0,5 m/s^2. Quina massa té?

Solució

PLANTEJAMENT És la segona llei a l'inrevés: la massa és la força resultant dividida per l'acceleració.

EQUACIÓ

$$m = F/a$$

CÀLCUL

$$m = 12\ \text{N} / 0{,}5\ \text{m/s}^2 = 24\ \text{kg}$$

RESULTAT La massa és **24 kg**.

4.23 El llibre quiet damunt la taula MITJÀ

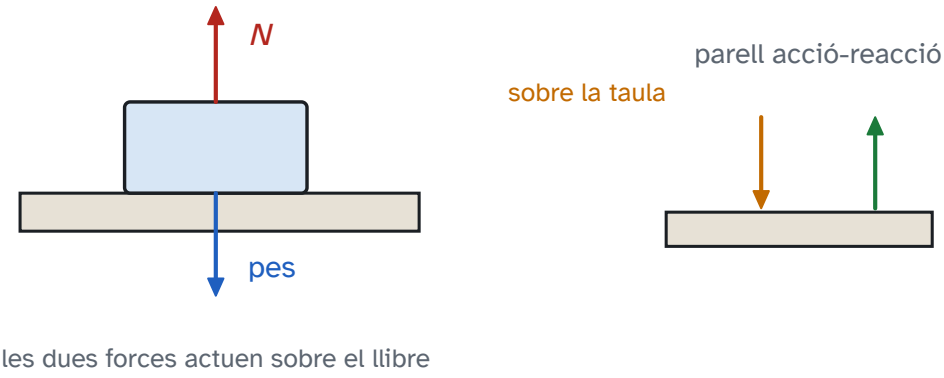


Figura 4.23. El pes i la normal actuen sobre l'objecte. El parell de la normal actua sobre la superfície.

Un llibre de 1,5 kg està en repòs damunt la taula de l'aula.

a) Quant val la normal?

b) Quin mòdul té la força amb què l'objecte empeny la superfície? Recorda que aquesta força i la normal són un parell, i actuen sobre cossos diferents.

Solució

PLANTEJAMENT Està en repòs, així que la resultant vertical és zero i la normal iguala el pes. Per la tercera llei, l'objecte empeny la superfície amb una força del mateix mòdul, però aquesta força no actua sobre l'objecte: actua sobre la taula o el terra.

EQUACIÓ

$$N = m\,g$$

CÀLCUL

$$N = 1{,}5\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 14{,}7\ \text{N}$$

RESULTAT La normal i l'empenta sobre la superfície valen, cadascuna, **14,7 N**.

4.24 La caixa quieta a terra MITJÀ

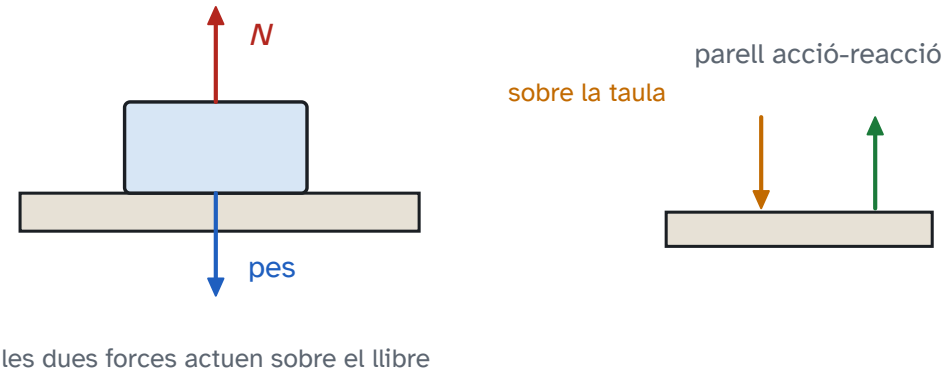


Figura 4.24. El pes i la normal actuen sobre l'objecte. El parell de la normal actua sobre la superfície.

Una caixa de 12 kg està quieta a terra.

a) Quant val la normal?

b) Quin mòdul té la força amb què l'objecte empeny la superfície? Recorda que aquesta força i la normal són un parell, i actuen sobre cossos diferents.

Solució

PLANTEJAMENT Està en repòs, així que la resultant vertical és zero i la normal iguala el pes. Per la tercera llei, l'objecte empeny la superfície amb una força del mateix mòdul, però aquesta força no actua sobre l'objecte: actua sobre la taula o el terra.

EQUACIÓ

$$N = m\,g$$

CÀLCUL

$$N = 12\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 117{,}6\ \text{N}$$

RESULTAT La normal i l'empenta sobre la superfície valen, cadascuna, **117,6 N**.

4.25 L'ampolla quieta MITJÀ

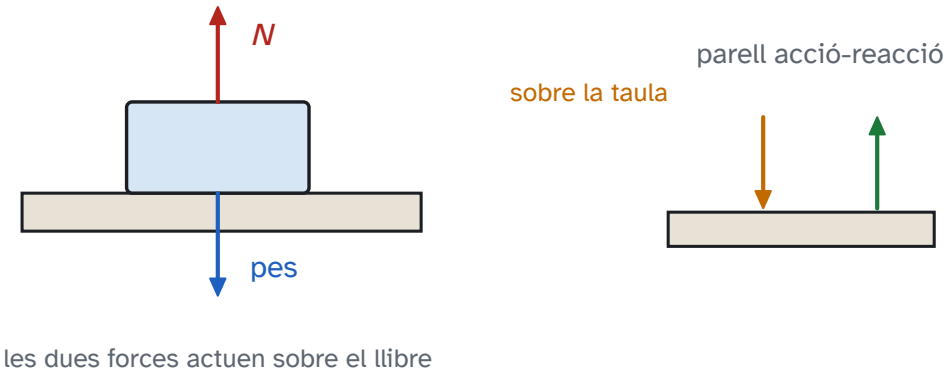


Figura 4.25. El pes i la normal actuen sobre l'objecte. El parell de la normal actua sobre la superfície.

Una ampolla de 0,5 kg està quieta damunt el marbre.

a) Quant val la normal?

b) Quin mòdul té la força amb què l'objecte empeny la superfície? Recorda que aquesta força i la normal són un parell, i actuen sobre cossos diferents.

Solució

PLANTEJAMENT Està en repòs, així que la resultant vertical és zero i la normal iguala el pes. Per la tercera llei, l'objecte empeny la superfície amb una força del mateix mòdul, però aquesta força no actua sobre l'objecte: actua sobre la taula o el terra.

EQUACIÓ

$$N = m\,g$$

CÀLCUL

$$N = 0{,}5\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 4{,}9\ \text{N}$$

RESULTAT La normal i l'empenta sobre la superfície valen, cadascuna, **4,9 N**.

4.26 El banc del parc MITJÀ

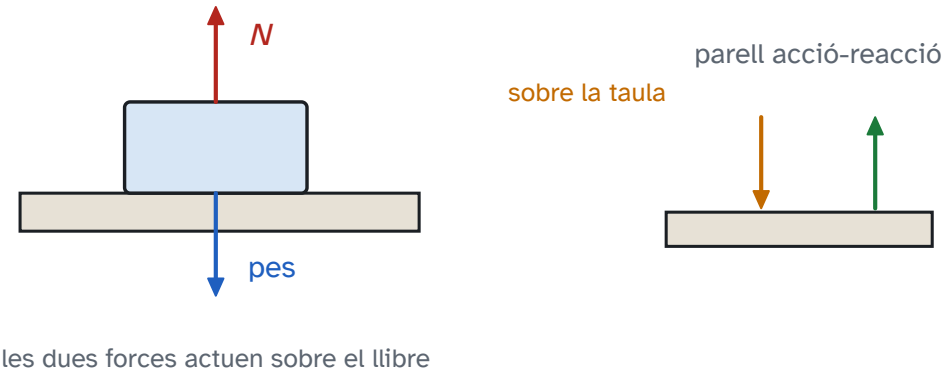


Figura 4.26. El pes i la normal actuen sobre l'objecte. El parell de la normal actua sobre la superfície.

Un banc del parc, de 30 kg, està quiet a terra.

a) Quant val la normal?

b) Quin mòdul té la força amb què l'objecte empeny la superfície? Recorda que aquesta força i la normal són un parell, i actuen sobre cossos diferents.

Solució

PLANTEJAMENT Està en repòs, així que la resultant vertical és zero i la normal iguala el pes. Per la tercera llei, l'objecte empeny la superfície amb una força del mateix mòdul, però aquesta força no actua sobre l'objecte: actua sobre la taula o el terra.

EQUACIÓ

$$N = m\,g$$

CÀLCUL

$$N = 30\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 294\ \text{N}$$

RESULTAT La normal i l'empenta sobre la superfície valen, cadascuna, **294 N**.

4.27 El pes del gat SENZILL

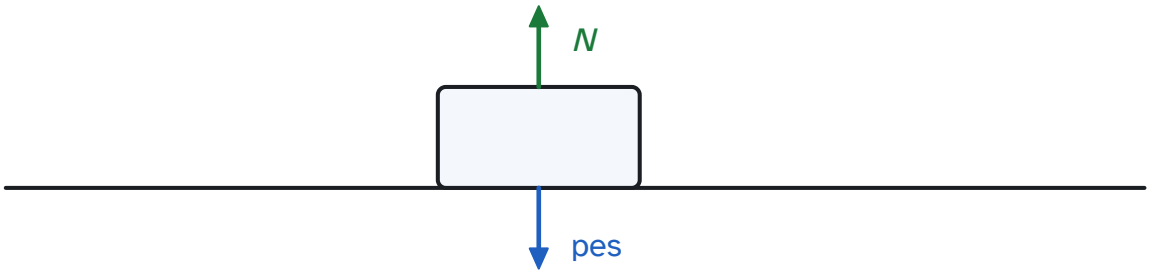


Figura 4.27. El pes és vertical i cap avall.

Un gat té una massa de 3 kg. Quant pesa, en newtons, a prop de la Terra? $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

Solució

PLANTEJAMENT El pes és la força amb què la Terra atrau el gat. No s'ha de confondre amb la massa.

EQUACIÓ

$$P = m\,g$$

CÀLCUL

$$P = 3\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 29{,}4\ \text{N}$$

RESULTAT El gat pesa **29,4 N**.

4.28 El carro de la compra SENZILL

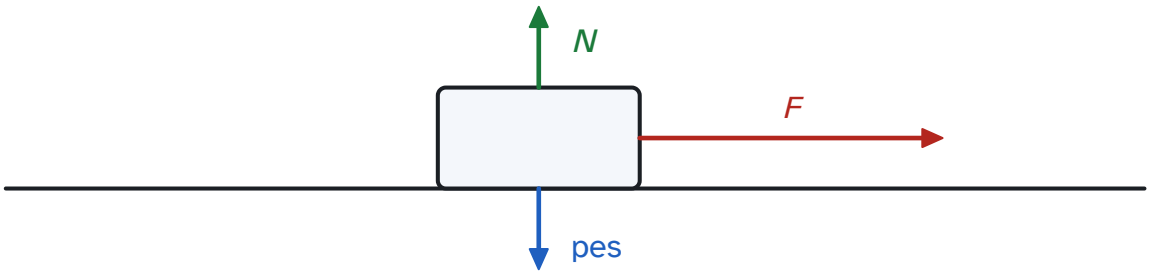


Figura 4.28. La fletxa és la força resultant.

El carro de la compra, amb la bossa, té una massa de 12 kg i rep una força resultant de 6 N en el sentit de la marxa.

Quina acceleració adquireix?

Solució

PLANTEJAMENT La força de l'enunciat ja és la resultant. L'acceleració és F/m.

EQUACIÓ

$$a = F/m$$

CÀLCUL

$$a = 6\ \text{N} / 12\ \text{kg} = 0{,}5\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT El carro adquireix una acceleració de **0,5 m/s²**.

TEMA 5

DINÀMICA

Forces i balanços

Pes, normal, fregament, tensió i força elàstica. Plans, politges i força centrípeta.

5.1 Les forces que farem servir

Un balanç de forces comença per una llista completa de les forces que actuen sobre el cos que estudiem, i només d'aquestes. Les que apareixen en aquest capítol són aquestes.

El **pes** $P = mg$ és vertical i cap avall. Actua sempre, tant si el cos toca una superfície com si no.

La **normal** N és la força de contacte perpendicular a la superfície. No és una reacció automàtica del pes: en un pla inclinat no val mg, i si un fil estira el cos cap amunt pot ser més petita que el pes. La normal empeny el cos i no l'estira.

El **fregament** és paral·lel a la superfície i s'oposa al lliscament. El fregament estàtic, quan el cos encara no llisca, val el que calgui per impedir el moviment, fins a un màxim $f_{s,\max} = \mu_s N$. El fregament cinètic, quan ja llisca, val $f_c = \mu_c N$ i s'oposa a la velocitat. μ_s i μ_c són els coeficients, sense unitat, i en general $\mu_s > \mu_c$.

La **tensió** d'una corda estira el cos cap a la corda. En una corda ideal, de massa negligible i que no s'allarga, la tensió és la mateixa als dos extrems i la corda només aguanta tracció, no compressió.

La **força elàstica** d'una molla és $F = k\,x$, on x és la deformació respecte de la longitud natural i k és la constant de la molla, en N/m. La força s'oposa a la deformació: la molla estirada estira cap endins, i la comprimida empeny cap enfora.

5.2 El diagrama de cos lliure

El diagrama de cos lliure és el dibuix del cos sol, separat de la resta, amb totes les forces que els altres cossos li fan. No s'hi dibuixa la velocitat, ni l'acceleració com si fos una força, ni les forces que el cos fa sobre els altres. Cada força surt del cos, amb fletxa, nom i, si es pot, un valor.

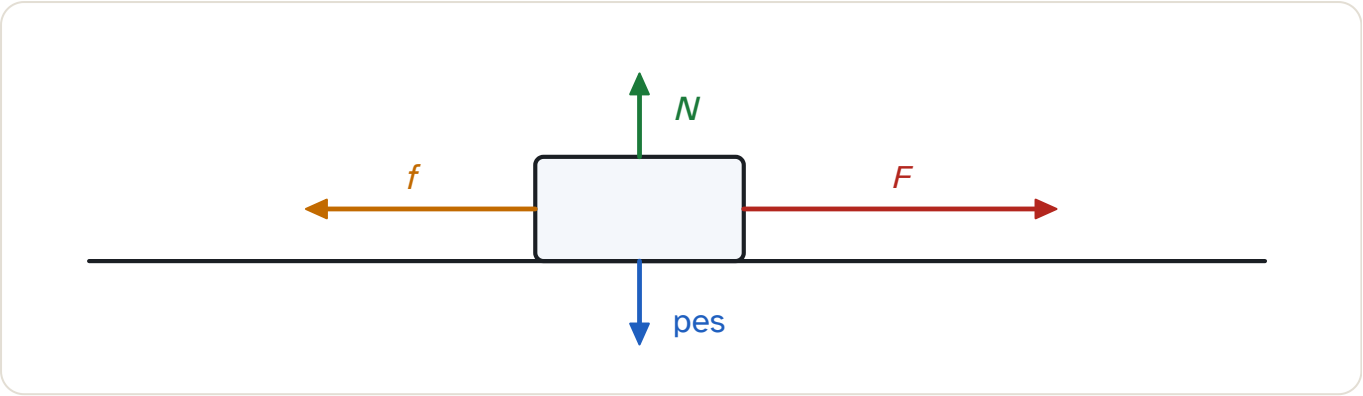


Figura 5.2.1. Diagrama en un pla horitzontal: pes, normal, força aplicada i fregament. El pes i la normal es compensen.

Després del dibuix es trien eixos. En un pla horitzontal, un eix horitzontal i un de vertical. En un pla inclinat, convé un eix al llarg del pla i un de perpendicular, perquè l'acceleració, si n'hi ha, va al llarg del pla i la normal queda en un sol eix. Es projecten les forces i s'escriu $\Sigma F_x = m a_x$ i $\Sigma F_y = m a_y$. Si el cos no accelera en un eix, la suma en aquell eix és zero.

5.3 Pla horitzontal

En un pla horitzontal el pes i la normal són verticals. Si no hi ha cap altra força vertical, $N = P = mg$. En horitzontal, la resultant és la força aplicada menys el fregament, si n'hi ha i si el cos es mou en el sentit de la força:

$$F - f = m a \quad f = \mu_c N = \mu_c m g$$

Si la superfície és llisa, $f = 0$ i $a = F/m$. Si el cos està en repòs i la força aplicada no supera $\mu_s N$, no es posa en marxa i l'acceleració és zero: el fregament estàtic iguala la força aplicada.

5.4 El pla inclinat

En un pla d'angle α, el pes es descompon. Amb l'eix x pendent avall i l'eix y perpendicular al pla, cap enfora:

$$P_x = m g \sin\alpha \quad P_y = m g \cos\alpha$$

La normal equilibra la component perpendicular, $N = m g \cos\alpha$, si res més empeny el cos contra el pla. Sense fregament, la resultant és $m g \sin\alpha$ i l'acceleració pendent avall és $a = g \sin\alpha$, independent de la massa.

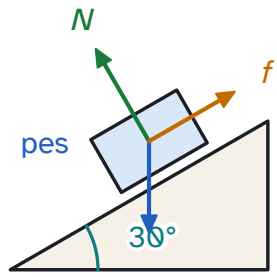


Figura 5.4.1. Pla inclinat amb pes, normal i fregament. L'angle del pla és el que forma amb l'horitzontal.

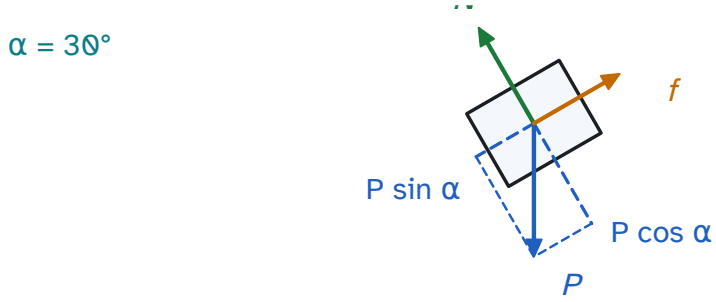


Figura 5.4.2. Diagrama de cos lliure amb els eixos del pla i les components del pes.

Si hi ha fregament cinètic i el cos baixa, el fregament apunta pendent amunt i val $\mu_c N = \mu_c m g \cos\alpha$. L'acceleració pendent avall és

$$a = g\,(\sin\alpha - \mu_c \cos\alpha)$$

Si aquesta expressió surt negativa, el fregament cinètic no es pot aplicar tal qual: el cos no baixaria tot sol i cal estudiar el fregament estàtic.

5.5 Cossos enllaçats i politja

Quan dos cossos van lligats per una corda ideal, es poden estudiar junts o per separat. Junts, la tensió és una força interna i no entra a la resultant del sistema, sempre que la corda no canviï de direcció. Per separat, la tensió sí que entra, i és la mateixa als dos extrems.

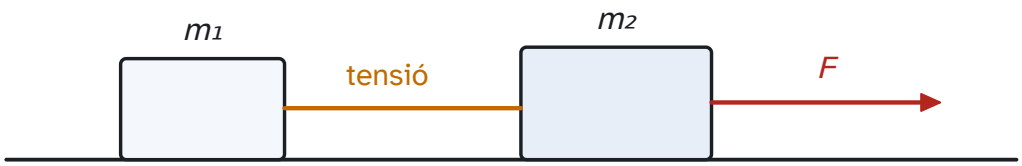


Figura 5.5.1. Dos blocs lligats en un pla horitzontal. Per al sistema sencer la tensió es cancel·la; per a cada bloc, no.

En una politja ideal, sense massa i sense fregament a l'eix, la tensió també és la mateixa als dos costats. A la màquina d'Atwood, amb $m_2 > m_1$, l'acceleració del sistema i la tensió són

$$a = \frac{(m_2 - m_1)\, g}{m_1 + m_2} \qquad T = \frac{2\, m_1\, m_2\, g}{m_1 + m_2}$$

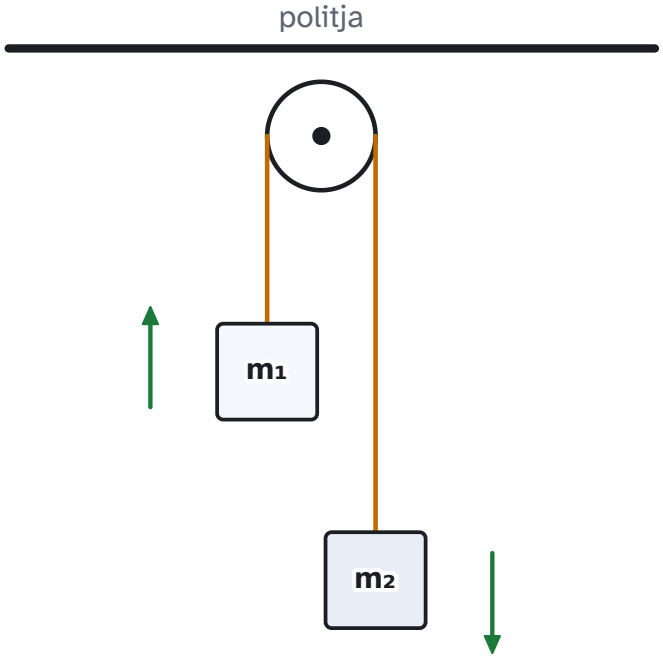


Figura 5.5.2. Politja ideal. Si m_2 és més gran, m_2 baixa i m_1 puja, amb la mateixa acceleració en mòdul.

Si un bloc és damunt una taula llisa i l'altre penja, l'únic pes que accelera el sistema és el del bloc que penja. Amb masses M a la taula i m penjant,

$$a = \frac{m\, g}{M + m} \qquad T = M\, a = \frac{M\, m\, g}{M + m}$$

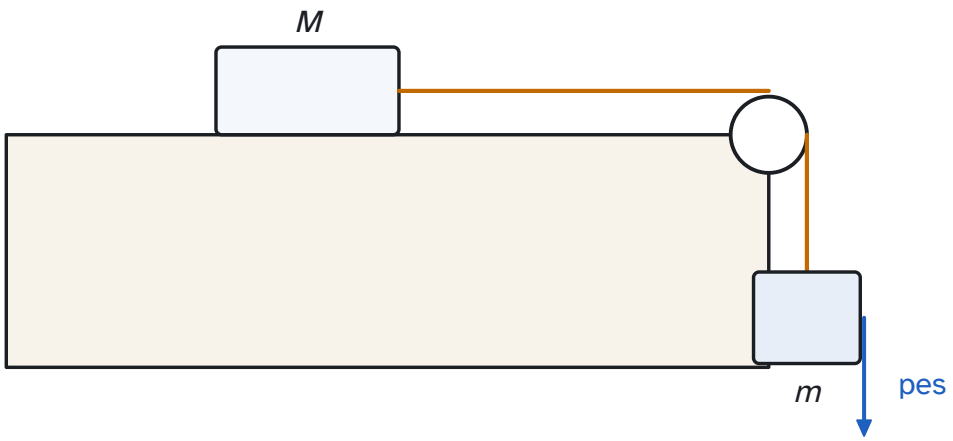


Figura 5.5.3. El pes del bloc que penja arrossega el de la taula. Si la taula és llisa, no hi ha fregament a la resultant.

5.6 Força elàstica i força centrípeta

Una molla de constant k deformada una longitud x fa $F = kx$. En un problema de forces, aquesta expressió es posa al diagrama com qualsevol altra força, amb el sentit que correspon: contra la deformació.

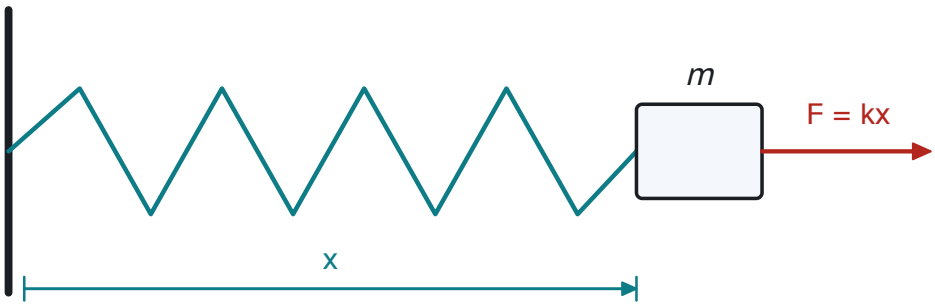


Figura 5.6.1. La força de la molla és proporcional a la deformació i s'hi oposa.

Quan un cos descriu una circumferència, la segona llei en la direcció radial diu que la resultant cap al centre val $m\,v^2 / r$. Aquesta resultant és la **força centrípeta**. No és una força nova que calgui afegir al diagrama: és el nom de la suma de les que ja hi són, projectades cap al centre.

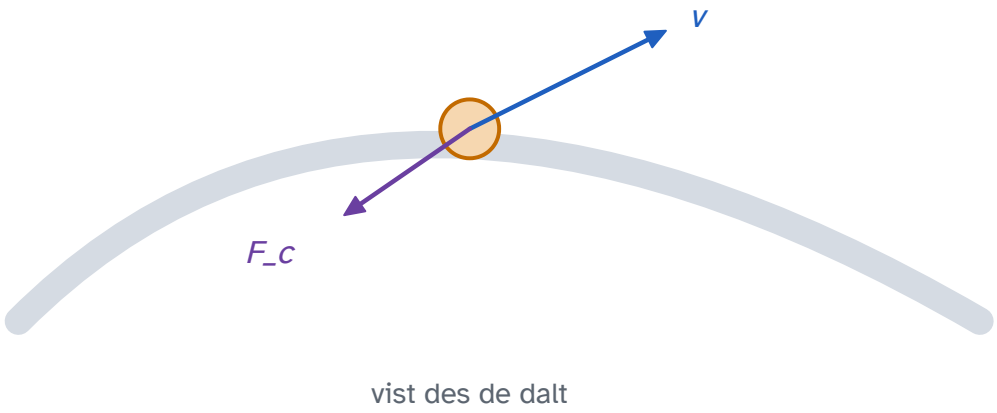


Figura 5.6.2. En un revolt pla, el fregament de les rodes apunta cap al centre i fa de força centrípeta.

En un revolt pla, aquesta força la fa el fregament. El màxim, just abans de derrapar, és $\mu\, N = \mu\, m\, g$, i la velocitat màxima és $v = \sqrt{\mu\, r\, g}$. En un revolt peraltat un angle θ, sense fregament, la component horitzontal de la normal fa aquest paper, i $\tan\theta = v^2 / (r\, g)$.

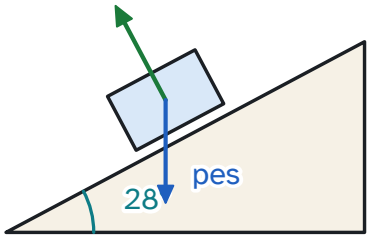


Figura 5.6.3. Secció d'un peralt. La normal és perpendicular a la calçada, no vertical.

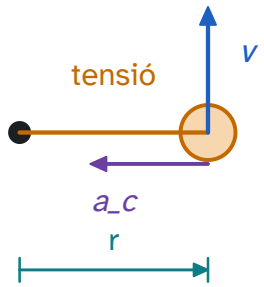


Figura 5.6.4. La tensió de la corda és la força centrípeta si el pla del gir és horitzontal i llis.

En un lòpping vertical, al capdamunt el pes i la normal apunten tots dos cap al centre: $N + mg = m\,v^2 / r$. La velocitat mínima per no caure és la que fa $N = 0$, és a dir $v = \sqrt{g\,r}$. A baix, la normal és cap amunt, més gran que el pes: $N - mg = m\,v^2 / r$.

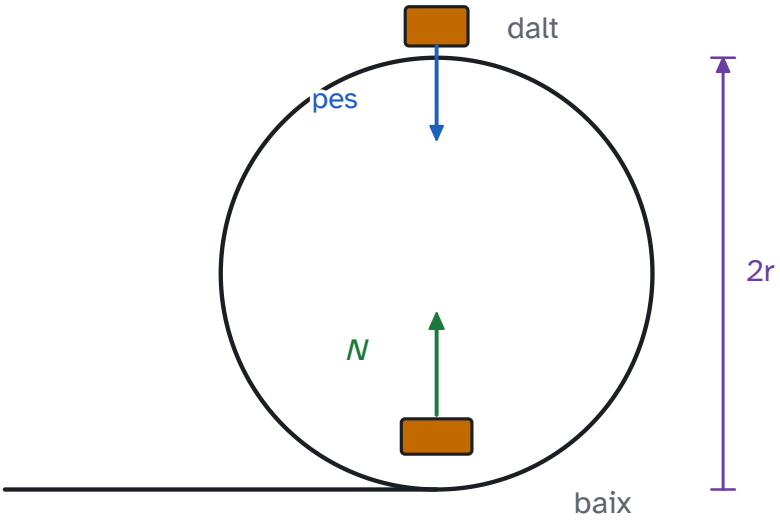


Figura 5.6.5. Lòpping. Al capdamunt el pes ajuda a fer la força centrípeta; a baix, la normal ha de vèncer el pes i encara aportar la força centrípeta.

F Formulari del tema

Situació	Relació
Pes	$P = mg$
Fregament cinètic	$f_c = \mu_c\,N$
Fregament estàtic màxim	$f_{s,\max} = \mu_s\,N$
Pla inclinat llis	$a = g\sin\alpha$, $N = mg\cos\alpha$
Atwood	$a = (m_2 - m_1)\,g / (m_1 + m_2)$
Molla	$F = kx$
Força centrípeta	$F_c = m\,v^2 / r$
Peralt sense fregament	$\tan\theta = v^2 / (r\,g)$

E Errors freqüents

- Posar la normal igual al pes en un pla inclinat. Al pla inclinat $N = mg\cos\alpha$.

- Dibuixar el fregament en el sentit del moviment. El cinètic s'oposa a la velocitat; l'estàtic s'oposa a la tendència a lliscar.
- Afegir «la força centrípeta» com una fletxa de més, a banda de la tensió o del fregament que ja la fan.
- Creure que la tensió d'una politja simple és el pes del cos que penja. Només ho és si aquest cos no accelera.

P Problemes

Els problemes són de 1r de batxillerat: primer els senzills i després algun de dificultat mitjana. Es resolen amb les equacions del tema, àlgebra senzilla i sinus i cosinus. Cada solució justifica el plantejament i substitueix les dades amb unitats. Si no es diu una altra cosa, $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

5.1 El trineu al gel llis SENZILL

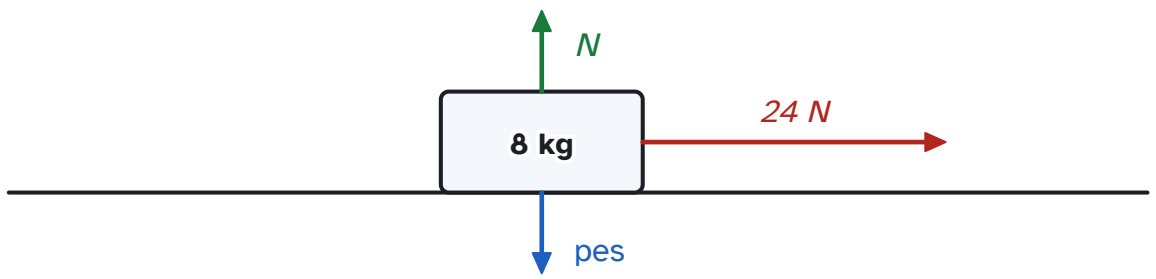


Figura 5.1. Pla horitzontal llis: el pes i la normal es compensen.

S'estira un trineu de 8 kg amb una força horitzontal de 24 N sobre gel que es pot considerar llis.

a) Quant val la normal?

b) Quina acceleració té el trineu?

Solució

PLANTEJAMENT El pla és horitzontal i llis: no hi ha fregament. En vertical el pes i la normal es compensen, perquè no hi ha acceleració vertical. En horitzontal la resultant és la força aplicada.

EQUACIÓ

$$N = m\,g$$

$$a = F/m$$

CÀLCUL

$$N = 8\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 78{,}4\ \text{N}$$

$$a = 24\ \text{N} / 8\ \text{kg} = 3\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT La normal és **78,4 N** i l'acceleració és **3 m/s²**.

5.2 La caixa al terra encerat SENZILL

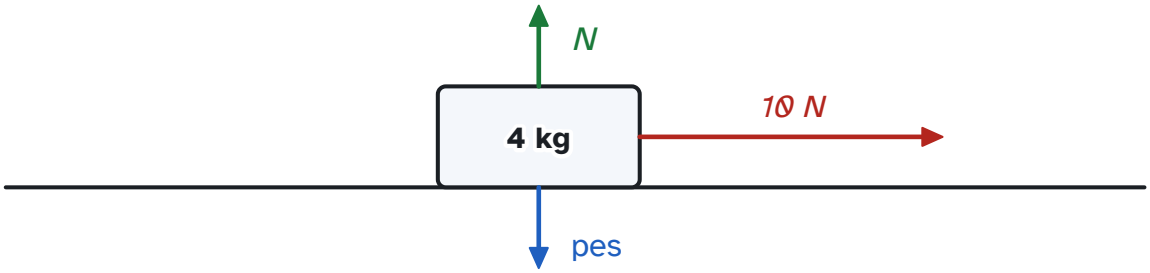


Figura 5.2. Pla horitzontal llis: el pes i la normal es compensen.

S'empeny una caixa de 4 kg amb una força horitzontal de 10 N per un terra encerat que considerem llis.

a) Quant val la normal?

b) Quina acceleració té?

Solució

PLANTEJAMENT El pla és horitzontal i llis: no hi ha fregament. En vertical el pes i la normal es compensen, perquè no hi ha acceleració vertical. En horitzontal la resultant és la força aplicada.

EQUACIÓ

$$N = m\,g$$

$$a = F/m$$

CÀLCUL

$$N = 4\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 39{,}2\ \text{N}$$

$$a = 10\ \text{N} / 4\ \text{kg} = 2{,}5\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT La normal és **39,2 N** i l'acceleració és **2,5 m/s²**.

5.3 El disc a la taula d'aire SENZILL

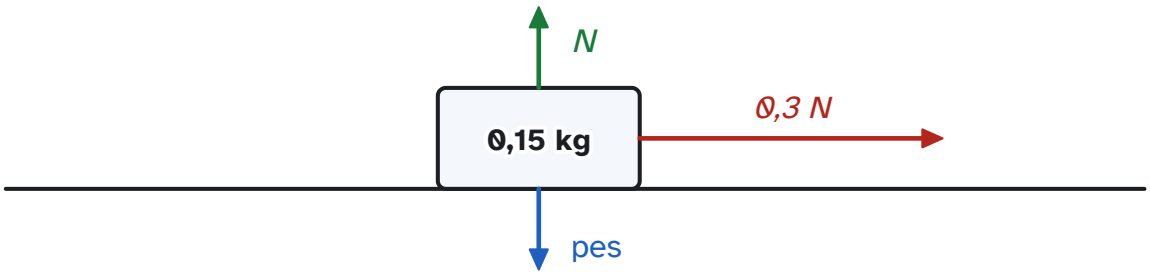


Figura 5.3. Pla horitzontal llis: el pes i la normal es compensen.

Un disc de 0,15 kg és damunt una taula d'aire i se l'empeny amb una força horitzontal de 0,3 N.

a) Quant val la normal?

b) Quina acceleració té?

Solució

PLANTEJAMENT El pla és horitzontal i llis: no hi ha fregament. En vertical el pes i la normal es compensen, perquè no hi ha acceleració vertical. En horitzontal la resultant és la força aplicada.

EQUACIÓ

$$N = m\,g$$

$$a = F/m$$

CÀLCUL

$$N = 0{,}15\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 1{,}47\ \text{N}$$

$$a = 0{,}3\ \text{N} / 0{,}15\ \text{kg} = 2\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT La normal és **1,47 N** i l'acceleració és **2 m/s²**.

5.4 El vagó a la via recta SENZILL

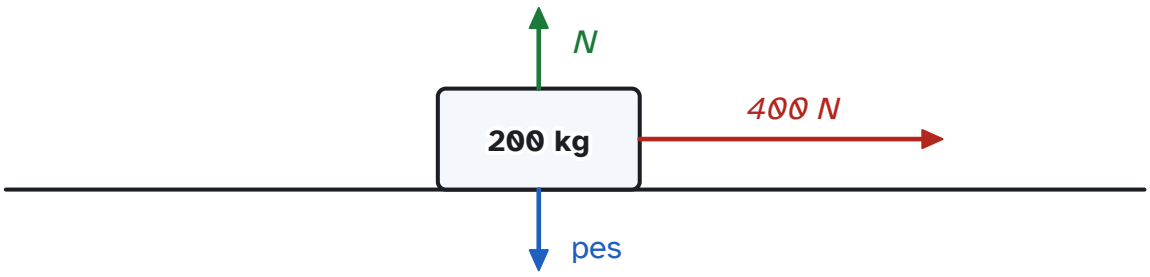


Figura 5.4. Pla horitzontal llis: el pes i la normal es compensen.

S'estira un vagó de 200 kg amb una força horitzontal de 400 N per una via recta sense fregament apreciable.

a) Quant val la normal?

b) Quina acceleració té?

Solució

PLANTEJAMENT El pla és horitzontal i llis: no hi ha fregament. En vertical el pes i la normal es compensen, perquè no hi ha acceleració vertical. En horitzontal la resultant és la força aplicada.

EQUACIÓ

$$N = m\,g$$

$$a = F/m$$

CÀLCUL

$$N = 200\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 1960\ \text{N}$$

$$a = 400\ \text{N} / 200\ \text{kg} = 2\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT La normal és **1960 N** i l'acceleració és **2 m/s²**.

5.5 La maleta que rellisca MITJÀ

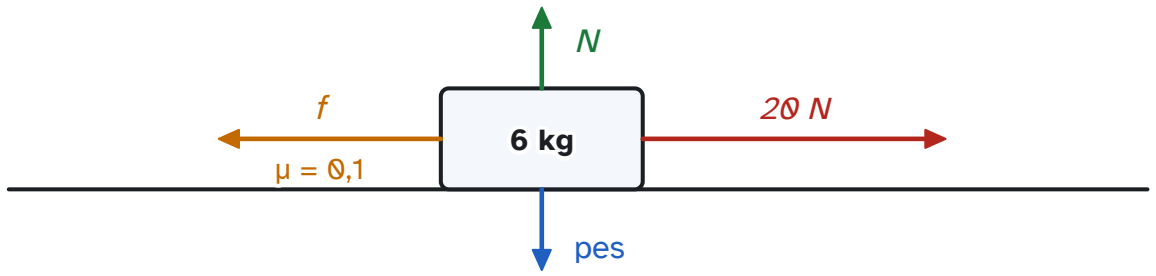


Figura 5.5. El fregament cinètic s'oposa al lliscament.

S'estira una maleta de 6 kg amb una força horitzontal de 20 N. El coeficient de fregament cinètic amb el terra és 0,1 i la maleta ja llisca. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quant val el fregament?

b) Quina acceleració té?

Solució

PLANTEJAMENT El cos ja llisca, així que el fregament és el cinètic i val μN. En un pla horitzontal la normal iguala el pes. La resultant horitzontal és la força aplicada menys el fregament, en el sentit de la força.

EQUACIÓ

$$f = \mu\, m\, g$$

$$a = (F - f)/m$$

CÀLCUL

$$f = 0{,}1 \cdot 6\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 5{,}88\ \text{N}$$

$$a = (20\ \text{N} - 5{,}88\ \text{N}) / 6\ \text{kg} = 2{,}35\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT El fregament és **5,88 N** i l'acceleració és **2,35 m/s²**.

5.6 El sofà pel passadís MITJÀ

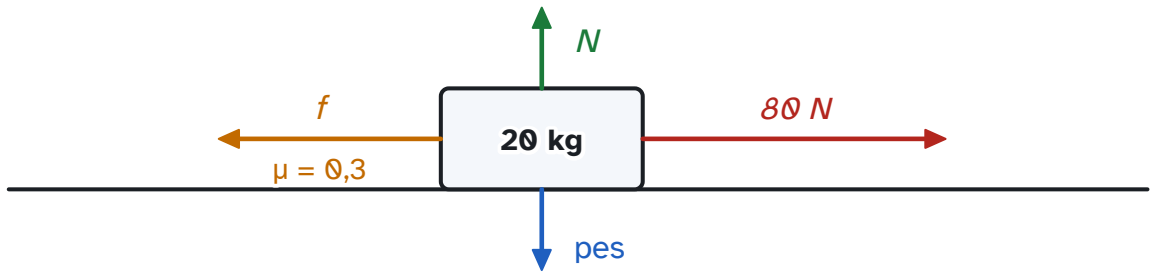


Figura 5.6. El fregament cinètic s'oposa al lliscament.

S'empeny un sofà de 20 kg amb una força horitzontal de 80 N. El coeficient de fregament cinètic és 0,3 i el sofà ja llisca. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quant val el fregament?

b) Quina acceleració té?

Solució

PLANTEJAMENT El cos ja llisca, així que el fregament és el cinètic i val μ N. En un pla horitzontal la normal iguala el pes. La resultant horitzontal és la força aplicada menys el fregament, en el sentit de la força.

EQUACIÓ

$$f = \mu\, m\, g$$

$$a = (F - f)/m$$

CÀLCUL

$$f = 0{,}3 \cdot 20\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 58{,}8\ \text{N}$$

$$a = (80\ \text{N} - 58{,}8\ \text{N}) / 20\ \text{kg} = 1{,}06\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT El fregament és **58,8 N** i l'acceleració és **1,06 m/s²**.

5.7 El bloc del laboratori MITJÀ

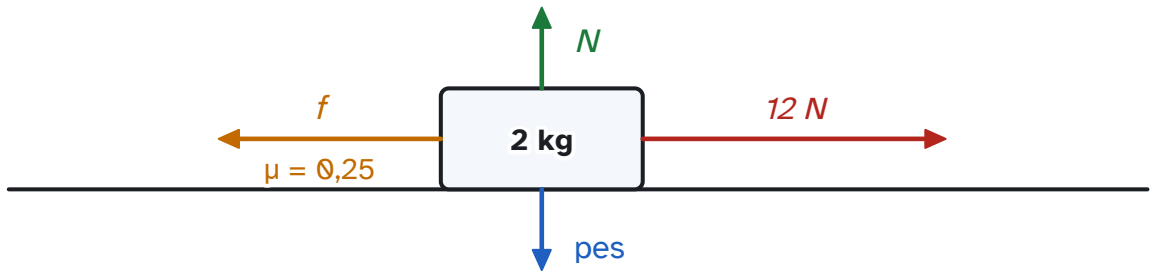


Figura 5.7. El fregament cinètic s'oposa al lliscament.

Al laboratori, un bloc de 2 kg llisca per la taula. Se l'estira amb 12 N horitzontals i $\mu_c = 0{,}25$. $g = 9{,}8\ m/s^2$.

a) Quant val el fregament?

b) Quina acceleració té?

Solució

PLANTEJAMENT El cos ja llisca, així que el fregament és el cinètic i val μN. En un pla horitzontal la normal iguala el pes. La resultant horitzontal és la força aplicada menys el fregament, en el sentit de la força.

EQUACIÓ

$$f = \mu\, m\, g$$

$$a = (F - f)/m$$

CÀLCUL

$$f = 0{,}25 \cdot 2\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 4{,}9\ \text{N}$$

$$a = (12\ \text{N} - 4{,}9\ \text{N}) / 2\ \text{kg} = 3{,}55\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT El fregament és **4,9 N** i l'acceleració és **3,55 m/s²**.

5.8 El trineu amb sorra MITJÀ

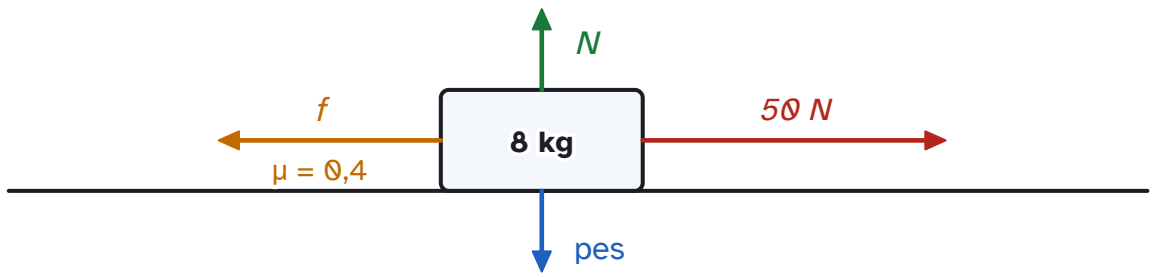


Figura 5.8. El fregament cinètic s'oposa al lliscament.

Un trineu de 8 kg, carregat de sorra, llisca per l'asfalt. Se l'estira amb 50 N i $\mu_c = 0{,}4$. $g = 9{,}8\ m/s^2$.

a) Quant val el fregament?

b) Quina acceleració té?

Solució

PLANTEJAMENT El cos ja llisca, així que el fregament és el cinètic i val μ N. En un pla horitzontal la normal iguala el pes. La resultant horitzontal és la força aplicada menys el fregament, en el sentit de la força.

EQUACIÓ

$$f = \mu\, m\, g$$

$$a = (F - f)/m$$

CÀLCUL

$$f = 0{,}4 \cdot 8\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 31{,}36\ \text{N}$$

$$a = (50\ \text{N} - 31{,}36\ \text{N}) / 8\ \text{kg} = 2{,}33\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT El fregament és **31,36 N** i l'acceleració és **2,33 m/s²**.

5.9 La nevera MITJÀ

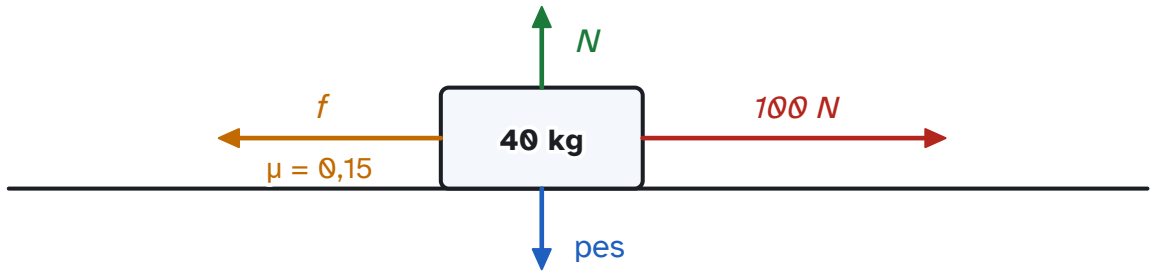


Figura 5.9. El fregament cinètic s'oposa al lliscament.

Es fa lliscar una nevera de 40 kg amb una força horitzontal de 100 N. μ_c = 0,15. g = 9,8 m/s².

a) Quant val el fregament?

b) Quina acceleració té?

Solució

PLANTEJAMENT El cos ja llisca, així que el fregament és el cinètic i val μ N. En un pla horitzontal la normal iguala el pes. La resultant horitzontal és la força aplicada menys el fregament, en el sentit de la força.

EQUACIÓ

$$f = \mu\, m\, g$$

$$a = (F - f)/m$$

CÀLCUL

$$f = 0{,}15 \cdot 40\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 58{,}8\ \text{N}$$

$$a = (100\ \text{N} - 58{,}8\ \text{N}) / 40\ \text{kg} = 1{,}03\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT El fregament és **58,8 N** i l'acceleració és **1,03 m/s²**.

5.10 El calaix pesant MITJÀ

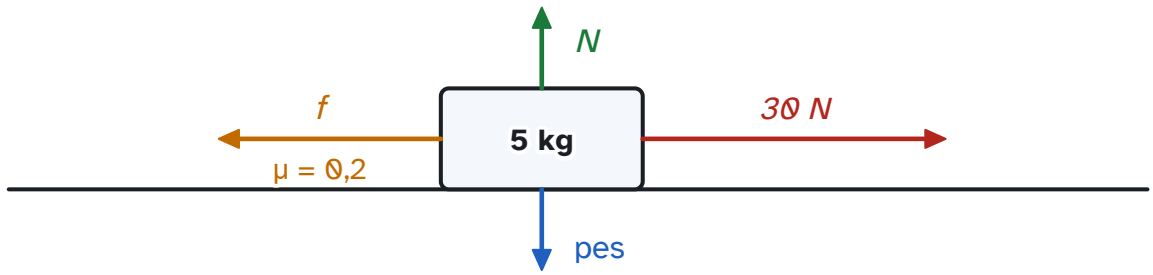


Figura 5.10. El fregament cinètic s'oposa al lliscament.

Un calaix de 5 kg ja llisca. Se l'estira amb 30 N i $\mu_c = 0{,}2$. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quant val el fregament?

b) Quina acceleració té?

Solució

PLANTEJAMENT El cos ja llisca, així que el fregament és el cinètic i val μN. En un pla horitzontal la normal iguala el pes. La resultant horitzontal és la força aplicada menys el fregament, en el sentit de la força.

EQUACIÓ

$$f = \mu\, m\, g$$

$$a = (F - f)/m$$

CÀLCUL

$$f = 0{,}2 \cdot 5\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 9{,}8\ \text{N}$$

$$a = (30\ \text{N} - 9{,}8\ \text{N}) / 5\ \text{kg} = 4{,}04\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT El fregament és **9,8 N** i l'acceleració és **4,04 m/s²**.

5.11 El palet del magatzem MITJÀ

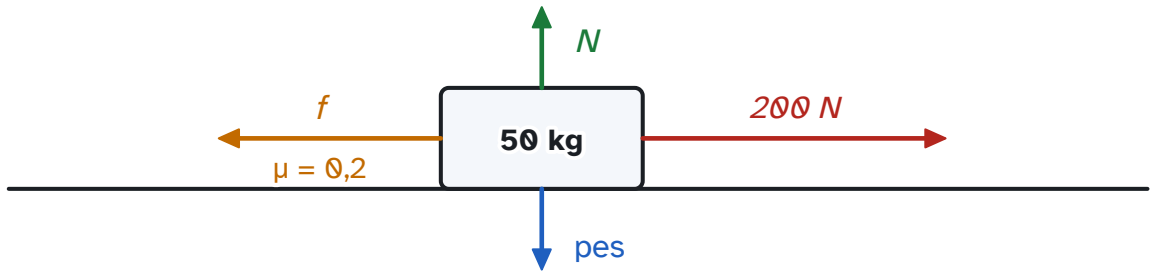


Figura 5.11. El fregament cinètic s'oposa al lliscament.

Un palet de 50 kg llisca pel magatzem. Se l'empeny amb 200 N i $\mu_c = 0{,}2$. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quant val el fregament?

b) Quina acceleració té?

Solució

PLANTEJAMENT El cos ja llisca, així que el fregament és el cinètic i val μ N. En un pla horitzontal la normal iguala el pes. La resultant horitzontal és la força aplicada menys el fregament, en el sentit de la força.

EQUACIÓ

$$f = \mu\, m\, g$$

$$a = (F - f)/m$$

CÀLCUL

$$f = 0{,}2 \cdot 50\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 98\ \text{N}$$

$$a = (200\ \text{N} - 98\ \text{N}) / 50\ \text{kg} = 2{,}04\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT El fregament és **98 N** i l'acceleració és **2,04 m/s²**.

5.12 La maleta al terra de l'aeroport MITJÀ

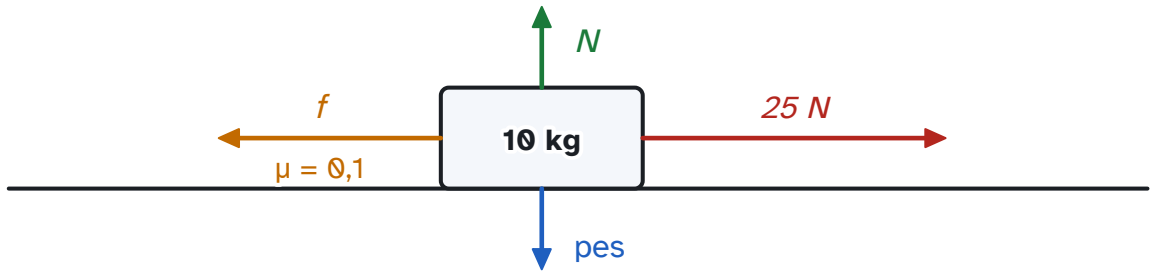


Figura 5.12. El fregament cinètic s'oposa al lliscament.

Una maleta de 10 kg llisca pel terra de l'aeroport. Se l'estira amb 25 N i μ_c = 0,1. g = 9,8 m/s².

a) Quant val el fregament?

b) Quina acceleració té?

Solució

PLANTEJAMENT El cos ja llisca, així que el fregament és el cinètic i val μ N. En un pla horitzontal la normal iguala el pes. La resultant horitzontal és la força aplicada menys el fregament, en el sentit de la força.

EQUACIÓ

$$f = \mu\, m\, g$$

$$a = (F - f)/m$$

CÀLCUL

$$f = 0{,}1 \cdot 10\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 9{,}8\ \text{N}$$

$$a = (25\ \text{N} - 9{,}8\ \text{N}) / 10\ \text{kg} = 1{,}52\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT El fregament és **9,8 N** i l'acceleració és **1,52 m/s²**.

5.13 El trineu al pla de 30° MITJÀ

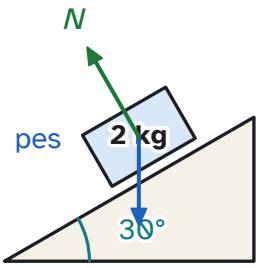


Figura 5.13. Baixada per un pla llis de 30°. El pes és vertical i la normal, perpendicular al pla.

Un trineu de 2 kg baixa per un pla nevat, llis, de 30°. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina acceleració té?

b) Quant val la normal?

Solució

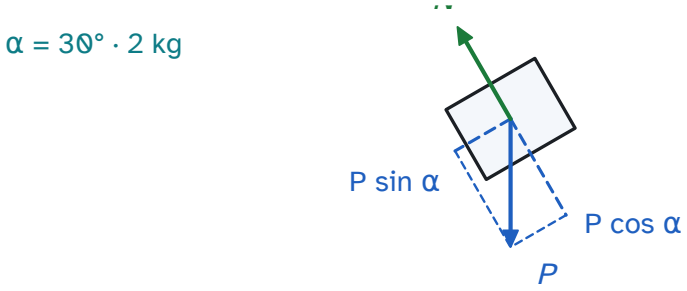


Figura 5.13b. El pes es descompon en P sin α, al llarg del pla, i P cos α, perpendicular al pla.

PLANTEJAMENT El pla és llis. Convé un eix al llarg del pla, pendent avall, i un de perpendicular. La component del pes al llarg del pla és m g sin α i és la resultant. La normal equilibra m g cos α.

EQUACIÓ

$$a = g \sin\alpha$$

$$N = m\, g \cos\alpha$$

CÀLCUL

$$a = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot \sin 30^\circ = 4{,}9\ \text{m/s}^2$$

$$N = 2\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot \cos 30^\circ = 16{,}97\ \text{N}$$

RESULTAT L'acceleració pendent avall és **4,9 m/s²** i la normal és **16,97 N**.

5.14 La caixa al pla de 45° MITJÀ

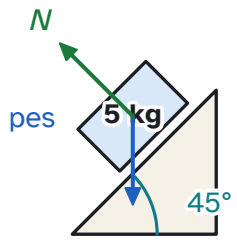


Figura 5.14. Baixada per un pla llis de 45°. El pes és vertical i la normal, perpendicular al pla.

Una caixa de 5 kg baixa per un pla llis de 45°. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina acceleració té?

b) Quant val la normal?

Solució

α = 45° · 5 kg

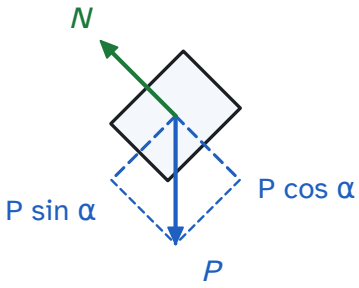


Figura 5.14b. El pes es descompon en P sin α, al llarg del pla, i P cos α, perpendicular al pla.

PLANTEJAMENT El pla és llis. Convé un eix al llarg del pla, pendent avall, i un de perpendicular. La component del pes al llarg del pla és m g sin α i és la resultant. La normal equilibra m g cos α.

EQUACIÓ

$$a = g \sin\alpha$$

$$N = m\, g \cos\alpha$$

CÀLCUL

$$a = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot \sin 45^\circ = 6{,}93\ \text{m/s}^2$$

$$N = 5\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot \cos 45^\circ = 34{,}65\ \text{N}$$

RESULTAT L'acceleració pendent avall és **6,93 m/s²** i la normal és **34,65 N**.

5.15 El monopatí al pla de 20° MITJÀ

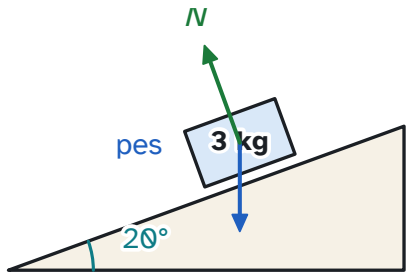


Figura 5.15. Baixada per un pla llis de 20°. El pes és vertical i la normal, perpendicular al pla.

Un monopatí de 3 kg baixa per una rampa llisa de 20°. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina acceleració té?

b) Quant val la normal?

Solució

$\alpha = 20° \cdot 3\ \text{kg}$

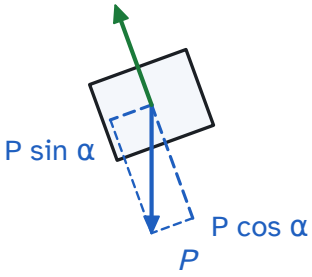


Figura 5.15b. El pes es descompon en P sin α, al llarg del pla, i P cos α, perpendicular al pla.

PLANTEJAMENT El pla és llis. Convé un eix al llarg del pla, pendent avall, i un de perpendicular. La component del pes al llarg del pla és m g sin α i és la resultant. La normal equilibra m g cos α.

EQUACIÓ

$$a = g \sin\alpha$$

$$N = m\, g \cos\alpha$$

CÀLCUL

$$a = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot \sin 20^\circ = 3{,}35\ \text{m/s}^2$$

$$N = 3\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot \cos 20^\circ = 27{,}63\ \text{N}$$

RESULTAT L'acceleració pendent avall és **3,35 m/s²** i la normal és **27,63 N**.

5.16 El bloc al pla de 60° MITJÀ

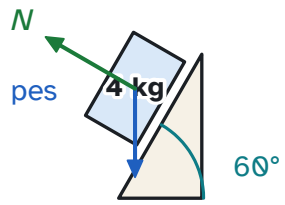


Figura 5.16. Baixada per un pla llis de 60°. El pes és vertical i la normal, perpendicular al pla.

Un bloc de 4 kg baixa per un pla llis de 60°. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina acceleració té?

b) Quant val la normal?

Solució

$\alpha = 60° \cdot 4\ \text{kg}$

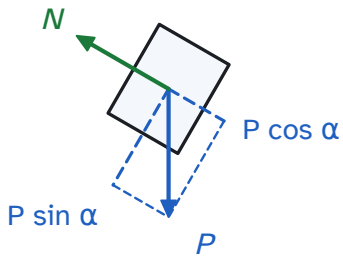


Figura 5.16b. El pes es descompon en P sin α, al llarg del pla, i P cos α, perpendicular al pla.

PLANTEJAMENT El pla és llis. Convé un eix al llarg del pla, pendent avall, i un de perpendicular. La component del pes al llarg del pla és m g sin α i és la resultant. La normal equilibra m g cos α.

EQUACIÓ

$$a = g \sin\alpha$$

$$N = m\, g \cos\alpha$$

CÀLCUL

$$a = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot \sin 60^\circ = 8{,}49\ \text{m/s}^2$$

$$N = 4\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot \cos 60^\circ = 19{,}6\ \text{N}$$

RESULTAT L'acceleració pendent avall és **8,49 m/s²** i la normal és **19,6 N**.

5.17 La caixa que baixa a 30° MITJÀ

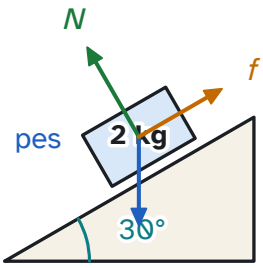


Figura 5.17. Baixada per un pla de 30° amb fregament cinètic.

Una caixa de 2 kg baixa lliscant per un pla de 30°. $\mu_c = 0{,}2$. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quant valen la normal i el fregament?

b) Quina acceleració té?

Solució

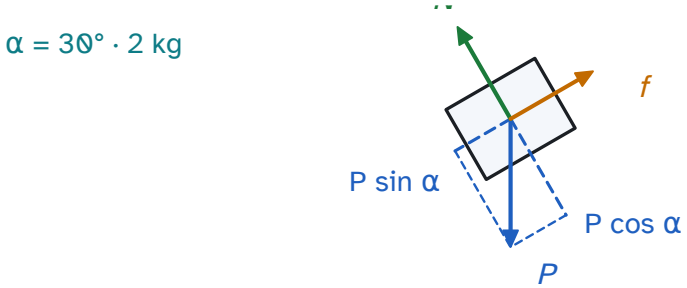


Figura 5.17b. El pes es descompon en P sin α i P cos α. El fregament apunta pendent amunt.

PLANTEJAMENT El bloc baixa, així que el fregament cinètic apunta pendent amunt. La normal és m g cos α i el fregament és μ N. La resultant pendent avall és el pes al llarg del pla menys el fregament.

EQUACIÓ

$$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

CÀLCUL

$$N = 2\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot \cos 30^\circ = 16{,}97\ \text{N}$$

$$f = 0{,}2 \cdot 16{,}97\ \text{N} = 3{,}39\ \text{N}$$

$$a = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (\sin 30^\circ - 0{,}2 \cdot \cos 30^\circ) = 3{,}20\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT La normal és **16,97 N**, el fregament és **3,39 N** i l'acceleració pendent avall és **3,20 m/s²**.

5.18 El trineu que baixa a 20° MITJÀ

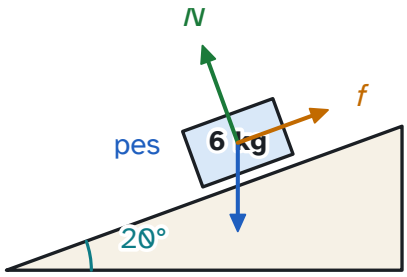


Figura 5.18. Baixada per un pla de 20° amb fregament cinètic.

Un trineu de 6 kg baixa lliscant per un pla de 20°. $\mu_c = 0{,}1$. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quant valen la normal i el fregament?

b) Quina acceleració té?

Solució

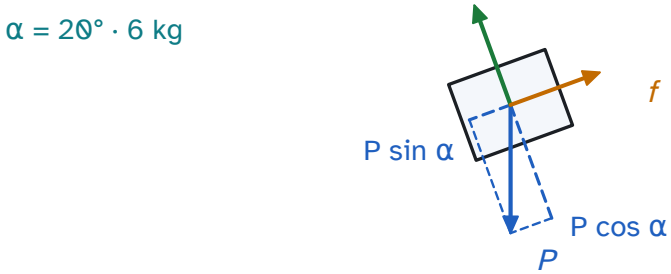


Figura 5.18b. El pes es descompon en P sin α i P cos α. El fregament apunta pendent amunt.

PLANTEJAMENT El bloc baixa, així que el fregament cinètic apunta pendent amunt. La normal és $m\,g\cos\alpha$ i el fregament és $\mu\,N$. La resultant pendent avall és el pes al llarg del pla menys el fregament.

EQUACIÓ

$$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

CÀLCUL

$$N = 6\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot \cos 20^\circ = 55{,}25\ \text{N}$$

$$f = 0{,}1 \cdot 55{,}25\ \text{N} = 5{,}53\ \text{N}$$

$$a = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (\sin 20^\circ - 0{,}1 \cdot \cos 20^\circ) = 2{,}43\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT La normal és **55,25 N**, el fregament és **5,53 N** i l'acceleració pendent avall és **2,43 m/s²**.

5.19 El bloc que baixa a 45° MITJÀ

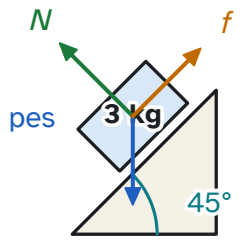


Figura 5.19. Baixada per un pla de 45° amb fregament cinètic.

Un bloc de 3 kg baixa lliscant per un pla de 45°. $\mu_c = 0{,}25$. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quant valen la normal i el fregament?

b) Quina acceleració té?

Solució

$\alpha = 45° \cdot 3\ \text{kg}$

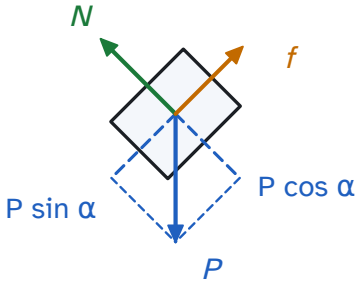


Figura 5.19b. El pes es descompon en P sin α i P cos α. El fregament apunta pendent amunt.

PLANTEJAMENT El bloc baixa, així que el fregament cinètic apunta pendent amunt. La normal és $m\,g\cos\alpha$ i el fregament és $\mu\,N$. La resultant pendent avall és el pes al llarg del pla menys el fregament.

EQUACIÓ

$$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

CÀLCUL

$$N = 3\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot \cos 45^\circ = 20{,}79\ \text{N}$$

$$f = 0{,}25 \cdot 20{,}79\ \text{N} = 5{,}20\ \text{N}$$

$$a = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (\sin 45^\circ - 0{,}25 \cdot \cos 45^\circ) = 5{,}20\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT La normal és **20,79 N**, el fregament és **5,20 N** i l'acceleració pendent avall és **5,20 m/s²**.

5.20 La maleta a la rampa MITJÀ

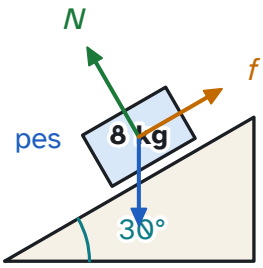


Figura 5.20. Baixada per un pla de 30° amb fregament cinètic.

Una maleta de 8 kg baixa lliscant per una rampa de 30°. $\mu_c = 0{,}2$. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quant valen la normal i el fregament?

b) Quina acceleració té?

Solució

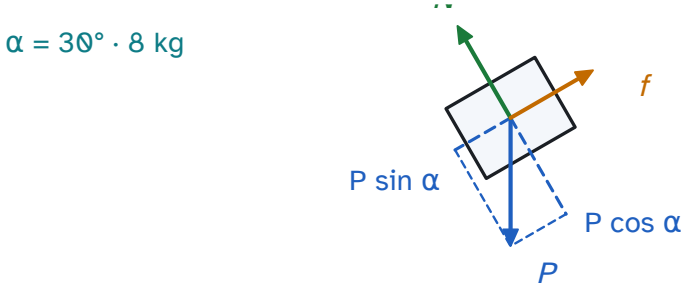


Figura 5.20b. El pes es descompon en P sin α i P cos α. El fregament apunta pendent amunt.

PLANTEJAMENT El bloc baixa, així que el fregament cinètic apunta pendent amunt. La normal és m g cos α i el fregament és μ N. La resultant pendent avall és el pes al llarg del pla menys el fregament.

EQUACIÓ

$$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

CÀLCUL

$$N = 8\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot \cos 30^\circ = 67{,}90\ \text{N}$$

$$f = 0{,}2 \cdot 67{,}90\ \text{N} = 13{,}58\ \text{N}$$

$$a = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (\sin 30^\circ - 0{,}2 \cdot \cos 30^\circ) = 3{,}20\ \text{m/s}^2$$

RESULTAT La normal és **67,90 N**, el fregament és **13,58 N** i l'acceleració pendent avall és **3,20 m/s²**.

5.21 La politja del laboratori MITJÀ

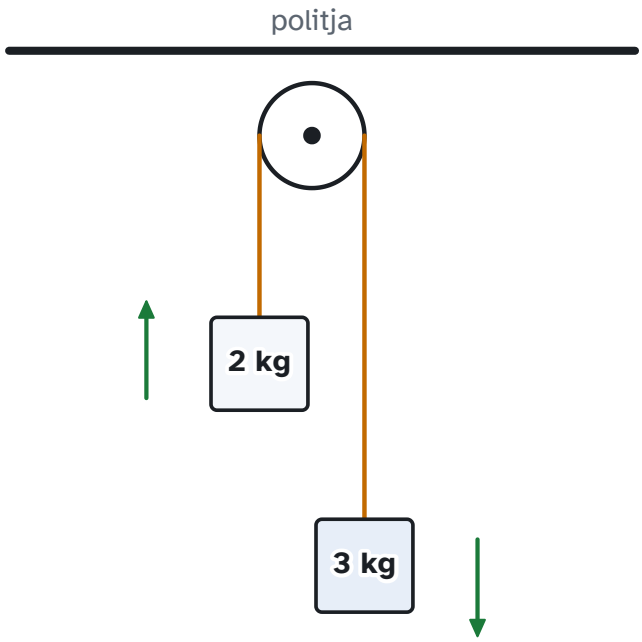


Figura 5.21. La massa més gran baixa.

Al laboratori, dues masses de 2 kg i 3 kg pengen d'una corda que passa per una politja ideal. $g = 9{,}8\ m/s^2$.

a) Quina acceleració té el sistema?

b) Quant val la tensió?

Solució

PLANTEJAMENT La politja és ideal: no té massa ni fregament a l'eix, i la tensió és la mateixa als dos costats. La massa grossa baixa. La resultant del sistema és $(m_2 - m_1)\,g$ i la massa que s'accelera és la suma.

EQUACIÓ

$$a = (m_2 - m_1)\,g\,/\,(m_1 + m_2)$$

CÀLCUL

$$a = (3\ kg - 2\ kg) \cdot 9{,}8\ m/s^2\,/\,(2\ kg + 3\ kg) = 1{,}96\ m/s^2$$

$$T = 2 \cdot 2\ kg \cdot 3\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2\,/\,(2\ kg + 3\ kg) = 23{,}52\ N$$

RESULTAT L'acceleració és **1,96 m/s²** i la tensió és **23,52 N**.

5.22 La politja de la grua de maqueta MITJÀ

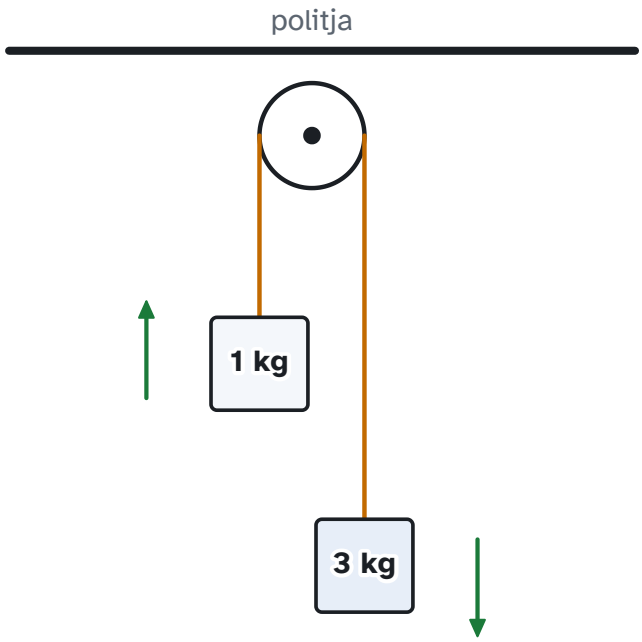


Figura 5.22. La massa més gran baixa.

En una maqueta, pengen 1 kg i 3 kg d'una politja ideal. $g = 9{,}8\ m/s^2$.

a) Quina acceleració té el sistema?

b) Quant val la tensió?

Solució

PLANTEJAMENT La politja és ideal: no té massa ni fregament a l'eix, i la tensió és la mateixa als dos costats. La massa grossa baixa. La resultant del sistema és $(m_2 - m_1)\ g$ i la massa que s'accelera és la suma.

EQUACIÓ

$$a = (m_2 - m_1)\ g\ /\ (m_1 + m_2)$$

CÀLCUL

$$a = (3\ kg - 1\ kg) \cdot 9{,}8\ m/s^2\ /\ (1\ kg + 3\ kg) = 4{,}9\ m/s^2$$

$$T = 2 \cdot 1\ kg \cdot 3\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2\ /\ (1\ kg + 3\ kg) = 14{,}7\ N$$

RESULTAT L'acceleració és **4,9 m/s²** i la tensió és **14,7 N**.

5.23 Dos cubells al pou MITJÀ

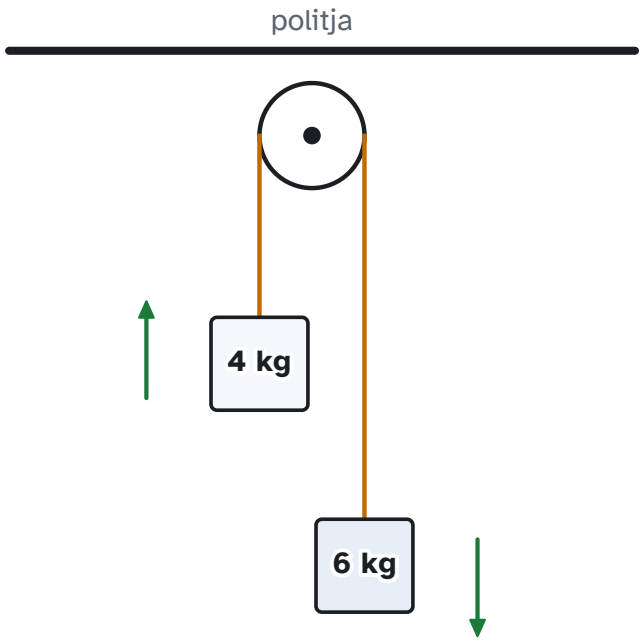


Figura 5.23. La massa més gran baixa.

Dos cubells de 4 kg i 6 kg pengen d'una politja ideal al pou del pati. $g = 9{,}8\ m/s^2$.

a) Quina acceleració té el sistema?

b) Quant val la tensió de la corda?

Solució

PLANTEJAMENT La politja és ideal: no té massa ni fregament a l'eix, i la tensió és la mateixa als dos costats. La massa grossa baixa. La resultant del sistema és $(m_2 - m_1)\ g$ i la massa que s'accelera és la suma.

EQUACIÓ

$$a = (m_2 - m_1)\ g\ /\ (m_1 + m_2)$$

CÀLCUL

$$a = (6\ kg - 4\ kg) \cdot 9{,}8\ m/s^2\ /\ (4\ kg + 6\ kg) = 1{,}96\ m/s^2$$

$$T = 2 \cdot 4\ kg \cdot 6\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2\ /\ (4\ kg + 6\ kg) = 47{,}04\ N$$

RESULTAT L'acceleració és **1,96 m/s²** i la tensió és **47,04 N**.

5.24 Les masses de 2 kg i 4 kg MITJÀ

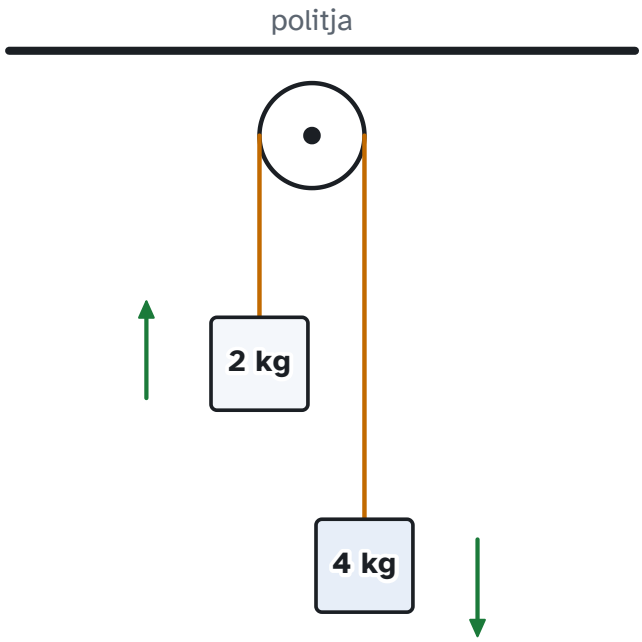


Figura 5.24. La massa més gran baixa.

Dues masses de 2 kg i 4 kg pengen d'una politja ideal. $g = 9{,}8\ m/s^2$.

a) Quina acceleració té el sistema?

b) Quant val la tensió?

Solució

PLANTEJAMENT La politja és ideal: no té massa ni fregament a l'eix, i la tensió és la mateixa als dos costats. La massa grossa baixa. La resultant del sistema és $(m_2 - m_1)\ g$ i la massa que s'accelera és la suma.

EQUACIÓ

$$a = (m_2 - m_1)\ g\ /\ (m_1 + m_2)$$

CÀLCUL

$$a = (4\ kg - 2\ kg) \cdot 9{,}8\ m/s^2\ /\ (2\ kg + 4\ kg) = 3{,}27\ m/s^2$$

$$T = 2 \cdot 2\ kg \cdot 4\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2\ /\ (2\ kg + 4\ kg) = 26{,}13\ N$$

RESULTAT L'acceleració és **3,27 m/s²** i la tensió és **26,13 N**.

5.25 El bloc i el peset a la taula llisa MITJÀ

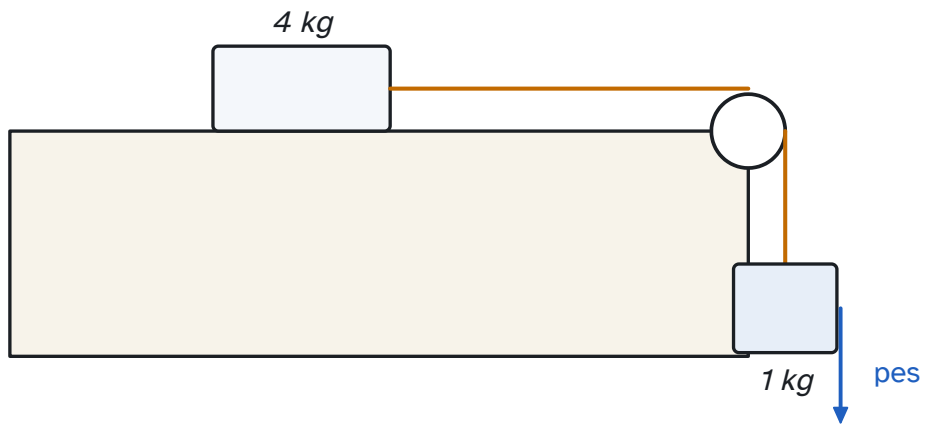


Figura 5.25. Bloc damunt la taula i bloc que penja.

Un bloc de 4 kg és damunt una taula llisa i va lligat, amb una politja a la vora, a un peset d'1 kg que penja. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina acceleració té el sistema?

b) Quant val la tensió?

Solució

PLANTEJAMENT El pes que accelera el sistema és el del bloc que penja. Si la taula és llisa, no es resta fregament. La tensió s'obté del bloc que penja: el seu pes menys T val m a.

EQUACIÓ

$$a = (m\,g - \mu\,M\,g)/(M + m)$$

CÀLCUL

$$a = (1\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 - 0{,}4\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2) / (4\ \text{kg} + 1\ \text{kg}) = 1{,}96\ \text{m/s}^2$$

$$T = 1\ \text{kg} \cdot (9{,}8\ \text{m/s}^2 - 1{,}96\ \text{m/s}^2) = 7{,}84\ \text{N}$$

RESULTAT L'acceleració és **1,96 m/s²** i la tensió és **7,84 N**.

5.26 La caixa i la massa que penja MITJÀ

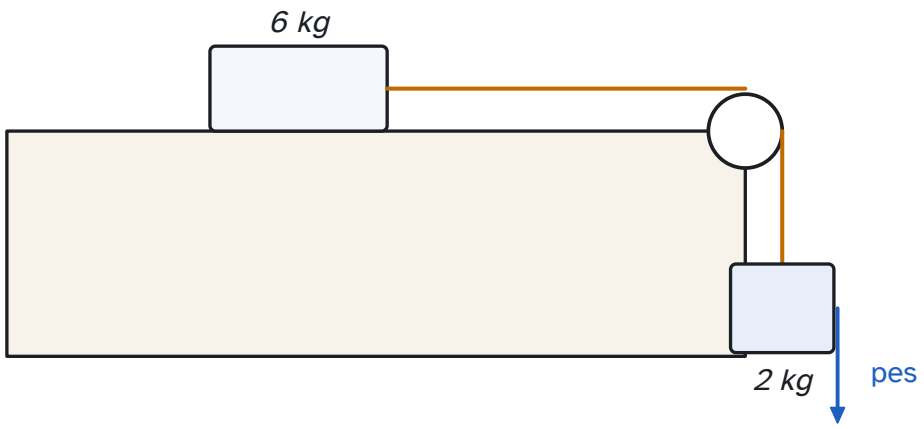


Figura 5.26. Bloc damunt la taula i bloc que penja.

Una caixa de 6 kg és damunt una taula llisa i va lligada a una massa de 2 kg que penja. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina acceleració té el sistema?

b) Quant val la tensió?

Solució

PLANTEJAMENT El pes que accelera el sistema és el del bloc que penja. Si la taula és llisa, no es resta fregament. La tensió s'obté del bloc que penja: el seu pes menys T val m a.

EQUACIÓ

$$a = (m\,g - \mu\,M\,g)/(M + m)$$

CÀLCUL

$$a = (2\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 - 0{,}6\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2) / (6\ \text{kg} + 2\ \text{kg}) = 2{,}45\ \text{m/s}^2$$

$$T = 2\ \text{kg} \cdot (9{,}8\ \text{m/s}^2 - 2{,}45\ \text{m/s}^2) = 14{,}7\ \text{N}$$

RESULTAT L'acceleració és **2,45 m/s²** i la tensió és **14,7 N**.

5.27 La taula amb fregament MITJÀ

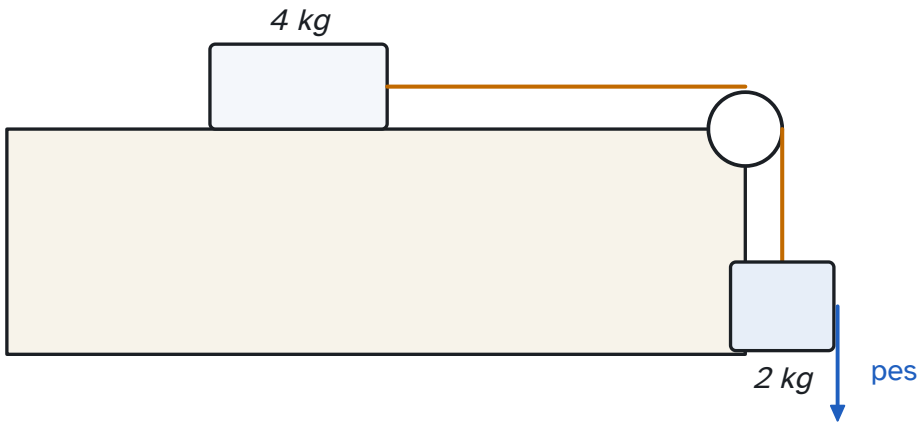


Figura 5.27. Bloc damunt la taula i bloc que penja.

Un bloc de 4 kg és damunt una taula amb $\mu_c = 0{,}2$ i va lligat a un bloc de 2 kg que penja. El de la taula ja llisca. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina acceleració té el sistema?

b) Quant val la tensió?

Solució

PLANTEJAMENT El pes que accelera el sistema és el del bloc que penja. Si la taula és llisa, no es resta fregament. La tensió s'obté del bloc que penja: el seu pes menys T val m a.

EQUACIÓ

$$a = (m\,g - \mu\,M\,g)/(M + m)$$

CÀLCUL

$$a = (2\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 - 0{,}2 \cdot 4\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2) / (4\ \text{kg} + 2\ \text{kg}) = 1{,}96\ \text{m/s}^2$$

$$T = 2\ \text{kg} \cdot (9{,}8\ \text{m/s}^2 - 1{,}96\ \text{m/s}^2) = 15{,}68\ \text{N}$$

RESULTAT L'acceleració és **1,96 m/s²** i la tensió és **15,68 N**.

5.28 El calaix i el pes penjat MITJÀ

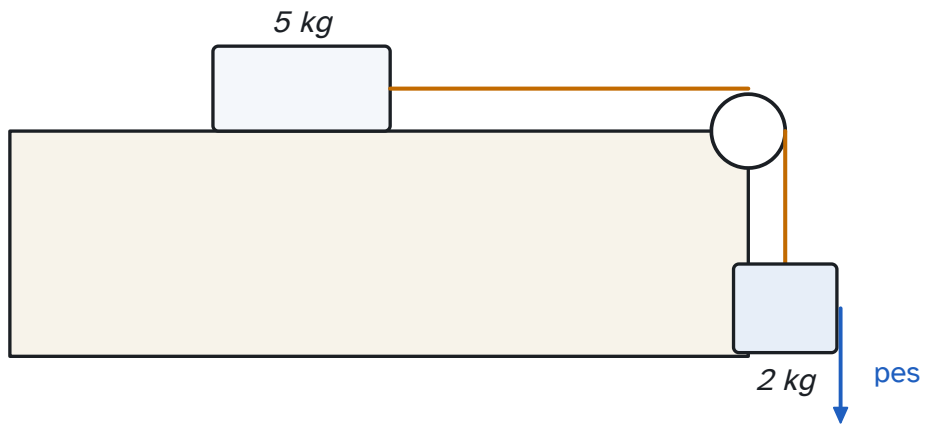


Figura 5.28. Bloc damunt la taula i bloc que penja.

Un calaix de 5 kg llisca per una taula amb $\mu_c = 0{,}1$, estirat per una massa de 2 kg que penja. $g = 9{,}8\ m/s^2$.

a) Quina acceleració té el sistema?

b) Quant val la tensió?

Solució

PLANTEJAMENT El pes que accelera el sistema és el del bloc que penja. Si la taula és llisa, no es resta fregament. La tensió s'obté del bloc que penja: el seu pes menys T val m a.

EQUACIÓ

$$a = (m\,g - \mu\,M\,g)/(M + m)$$

CÀLCUL

$$a = (2\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 - 0{,}1 \cdot 5\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2) / (5\ \text{kg} + 2\ \text{kg}) = 2{,}1\ \text{m/s}^2$$

$$T = 2\ \text{kg} \cdot (9{,}8\ \text{m/s}^2 - 2{,}1\ \text{m/s}^2) = 15{,}4\ \text{N}$$

RESULTAT L'acceleració és **2,1 m/s²** i la tensió és **15,4 N**.

5.29 La molla del laboratori SENZILL

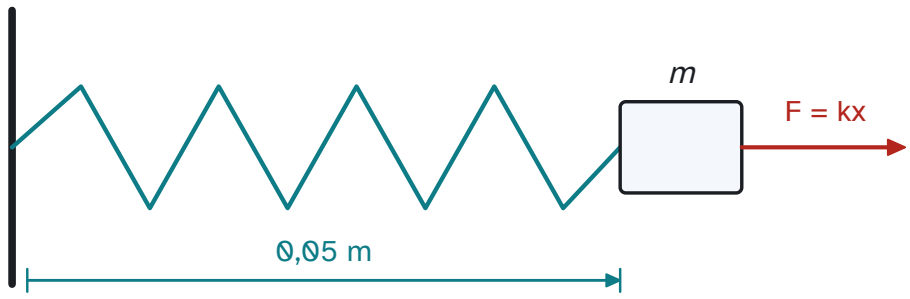


Figura 5.29. La cota és la deformació, no la longitud total de la molla.

Una molla de laboratori, de constant 200 N/m, s'allarga 0,05 m.

Quina força fa?

Solució

PLANTEJAMENT La força elàstica és proporcional a la deformació respecte de la longitud natural, i s'oposa a l'allargament.

EQUACIÓ

$$F = k\,x$$

CÀLCUL

$$F = 200\ \text{N/m} \cdot 0{,}05\ \text{m} = 10\ \text{N}$$

RESULTAT La molla fa **10 N**.

5.30 La molla de la porta SENZILL

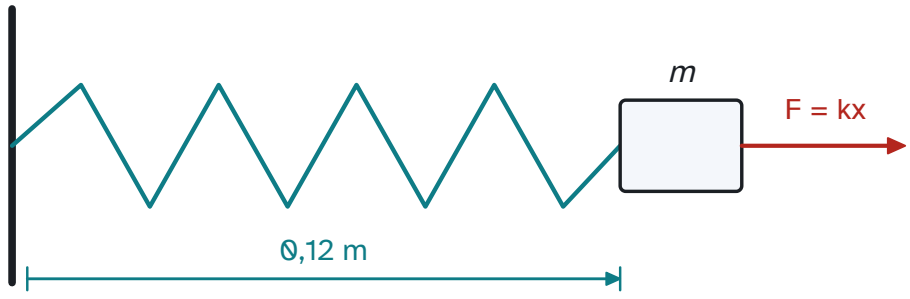


Figura 5.30. La cota és la deformació, no la longitud total de la molla.

La molla d'una porta, de constant 80 N/m, s'allarga 0,12 m en obrir-la.

Quina força fa la molla?

Solució

PLANTEJAMENT La força elàstica és proporcional a la deformació respecte de la longitud natural, i s'oposa a l'allargament.

EQUACIÓ

$$F = k\,x$$

CÀLCUL

$$F = 80\ \text{N/m} \cdot 0{,}12\ \text{m} = 9{,}6\ \text{N}$$

RESULTAT La molla fa **9,6 N**.

5.31 La corda que fa girar la pilota MITJÀ

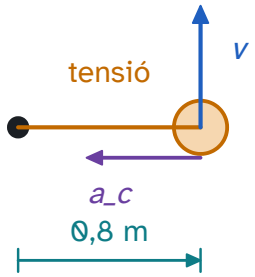


Figura 5.31. La tensió apunta al centre.

Una pilota de 0,4 kg gira, lligada a una corda de 0,8 m, a 3 m/s en un pla horitzontal llis.

Quant val la tensió de la corda?

Solució

PLANTEJAMENT En el pla horitzontal l'única força cap al centre és la tensió. Aquesta força és la resultant centrípeta, $m\,v^2/r$. No s'hi afegeix una «força centrípeta» de més.

EQUACIÓ

$$T = m\,v^2 / r$$

CÀLCUL

$$T = 0{,}4\ \text{kg} \cdot (3\ \text{m/s})^2 / 0{,}8\ \text{m} = 4{,}5\ \text{N}$$

RESULTAT La tensió és **4,5 N**.

5.32 El cotxe al revolt pla MITJÀ

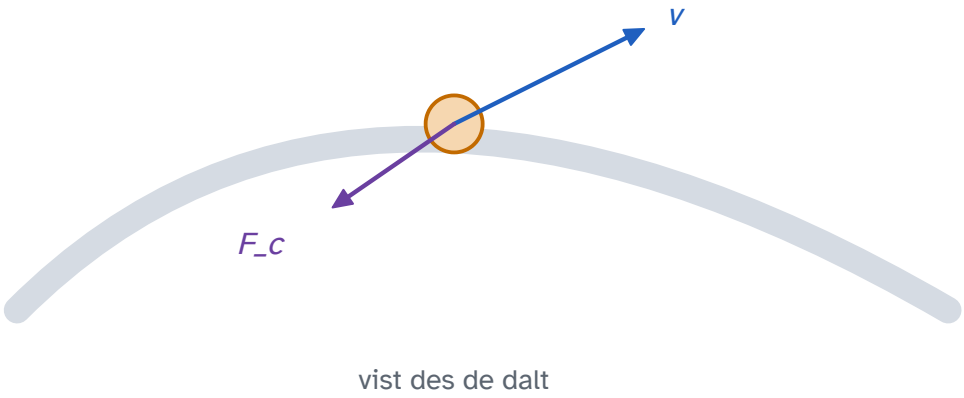


Figura 5.32. Vist des de dalt: el fregament apunta al centre.

Un cotxe pren un revolt pla de 40 m de radi. El coeficient de fregament estàtic entre les rodes i l'asfalt és 0,4. $g = 9{,}8\ m/s^2$.

Quina és la velocitat màxima per no derrapar?

Solució

PLANTEJAMENT En un revolt pla, el fregament de les rodes apunta cap al centre i fa de força centrípeta. Al límit, $\mu N = \mu m g = m v^2/r$. La massa es cancel·la.

EQUACIÓ

$$v = \sqrt{\mu r g}$$

CÀLCUL

$$v = \sqrt{0{,}4 \cdot 40\ m \cdot 9{,}8\ m/s^2} = 12{,}52\ m/s$$

RESULTAT La velocitat màxima és **12,52 m/s**.

5.33 El revolt peraltat MITJÀ

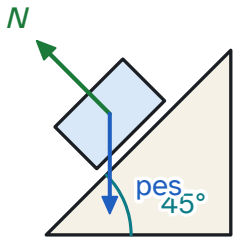


Figura 5.33. La normal és perpendicular a la calçada.

Un revolt de 20 m de radi està peraltat 45° i s'hi vol passar sense fer servir el fregament. $g = 9{,}8\ m/s^2$ i $\tan 45° = 1$.

Quina velocitat hi correspon?

Solució

PLANTEJAMENT Sense fregament, la component horitzontal de la normal és la força centrípeta i la vertical equilibra el pes. Dividint les dues equacions queda $\tan\theta = v^2/(r\,g)$. A 45° la tangent val 1, així que $v^2 = r\,g$.

EQUACIÓ

$$v = \sqrt{r\,g\,\tan\theta}$$

CÀLCUL

$$v = \sqrt{20\ \text{m} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 1} = 14\ \text{m/s}$$

RESULTAT La velocitat és **14 m/s**.

5.34 El cotxe dalt del lòpping MITJÀ

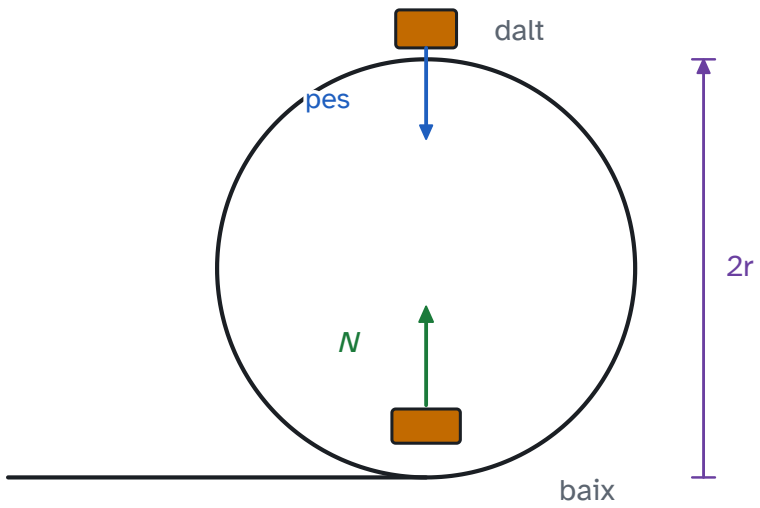


Figura 5.34. Al capdamunt el pes i la normal apunten al centre.

Un cotxe de 500 kg passa pel capdamunt d'un lòpping de 8 m de radi a 10 m/s. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

Quant val la normal en aquest punt?

Solució

PLANTEJAMENT Al capdamunt, el pes i la normal apunten tots dos cap al centre. La seva suma és la força centrípeta: $N + m\,g = m\,v^2/r$.

EQUACIÓ

$$N = m\,v^2 / r - m\,g$$

CÀLCUL

$$N = 500\ \text{kg} \cdot (10\ \text{m/s})^2 / 8\ \text{m} - 500\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 1350\ \text{N}$$

RESULTAT La normal al capdamunt és **1350 N**.

TEMA 6 ENERGIA

Energia

Treball, energia cinètica i potencial. Conservació de l'energia mecànica, sense fregament.

6.1 Treball i energia cinètica

El **treball** d'una força constant que forma un angle φ amb el desplaçament és

$$W = F\,\Delta x\,\cos\varphi$$

Es mesura en joules. Un joule és el treball d'una força d'un newton al llarg d'un metre en la seva mateixa direcció. Si la força és perpendicular al desplaçament, el treball és zero: la normal d'un pla horitzontal no treballa mentre el cos llisca sobre el pla, i el pes no treballa en un desplaçament horitzontal.



Figura 6.1.1. Només la component de la força al llarg del desplaçament fa treball.

L'**energia cinètica** és l'energia associada a la velocitat:

$$E_c = \frac{1}{2}\,m\,v^2$$

És sempre positiva i es mesura també en joules. En aquest capítol la farem servir dins del balanç de l'energia mecànica.

6.2 Energia potencial

L'**energia potencial gravitatòria**, a prop de la Terra, es pot escriure

$$E_p = m\,g\,h$$

L'altura h es mesura des d'un nivell que triem nosaltres. El valor de E_p depèn d'aquesta tria; les diferències, no. Per això en un problema cal dir quin és el nivell zero i no canviar-lo a mig càlcul. Quan un cos puja, l'energia potencial gravitatòria augmenta; quan baixa, disminueix.

L'**energia potencial elàstica** d'una molla és

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2$$

on x és la deformació respecte de la longitud natural. Val el mateix si la molla s'estira que si es comprimeix la mateixa longitud, perquè x hi és al quadrat. Al punt d'equilibri de la molla, si $x = 0$, aquesta energia és zero.

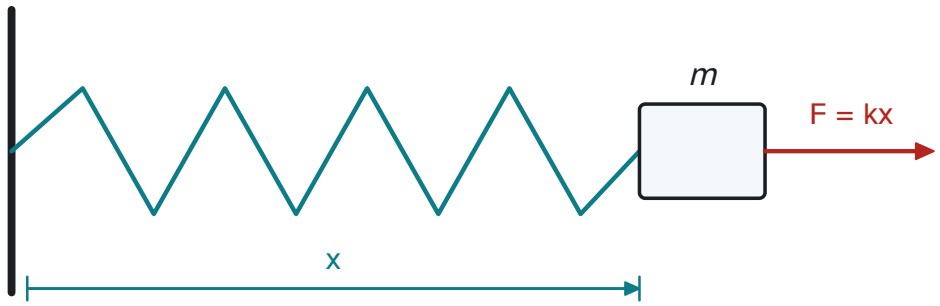


Figura 6.2.1. En una molla horitzontal, la deformació x és la que entra a l'energia potencial elàstica.

6.3 Conservació de l'energia mecànica

L'**energia mecànica** és la suma de la cinètica i de les potencials que intervenen:

$$E_m = E_c + E_p$$

Quan les úniques forces que treballen són el pes i la força de les molles, l'energia mecànica es conserva. El que perd una forma d'energia ho guanya l'altra, i

$$E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2}$$

En aquest capítol tots els problemes són d'aquest tipus. No hi ha fregament, ni cap altra força que en tregui energia mecànica. Si un enunciat d'un altre tema porta fregament, l'energia mecànica no es conserva i aquell problema no es resol amb aquest balanç.

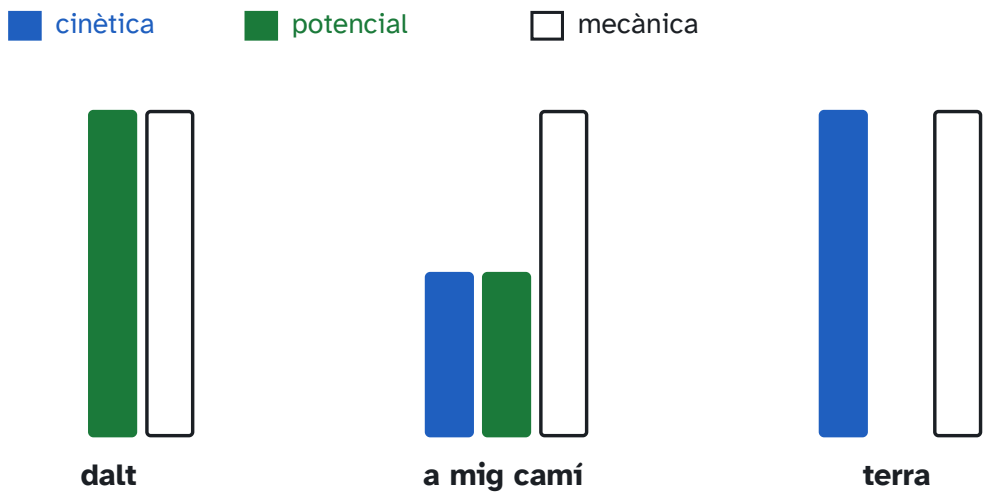


Figura 6.3.1. En una caiguda sense fregament l'energia mecànica es manté: la potencial es converteix en cinètica.

Una caiguda des del repòs il·lustra el balanç. Si a dalt $E_c = 0$ i $E_p = mgh$, i a baix $E_p = 0$, llavors $\frac{1}{2} m v^2 = m g h$, de manera que $v = \sqrt{2gh}$. La massa se'n va: cau igual de de pressa un cos pesant que un de lleuger, si es pot negligir l'aire. El mateix resultat que la cinemàtica, per un camí que no necessita el temps.

En un llançament cap amunt, l'energia cinètica inicial es converteix en potencial. A dalt, $v = 0$ i $h = v_0^2 / (2g)$. Entre dues altures qualssevol,

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + m g h_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 + m g h_2$$

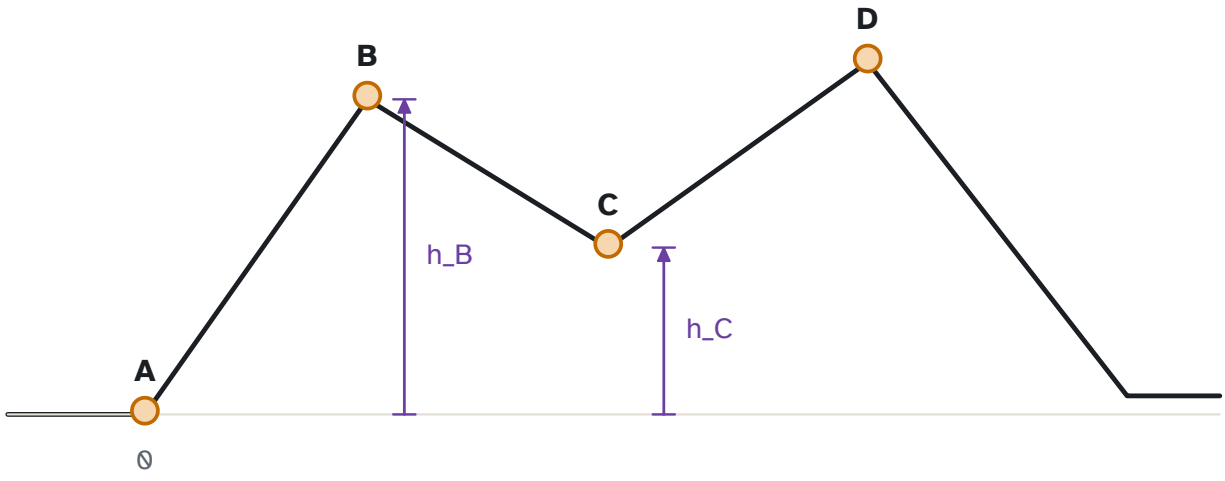


Figura 6.3.2. Muntanya russa sense fregament. L'altura de cada punt fixa l'energia potencial; la velocitat es troba conservant l'energia mecànica.

En un pla inclinat llis passa el mateix: només importa el desnivell, no la longitud del pla. Si el pla baixa una altura $h = d\,\sin\alpha$, la velocitat al final, partint del repòs, és $\sqrt{2gh}$, com si hagués caigut en vertical aquesta altura.

6.4 Pèndol, molla i tir

En un pèndol simple de longitud L, si es mesura l'altura des del punt més baix, el cos deixat anar des d'un angle θ respecte de la vertical té una altura $h = L(1 - \cos\theta)$. Al punt baix tota l'energia és cinètica:

$$m\,g\,L\,(1 - \cos\theta) = \frac{1}{2}\,m\,v^2$$

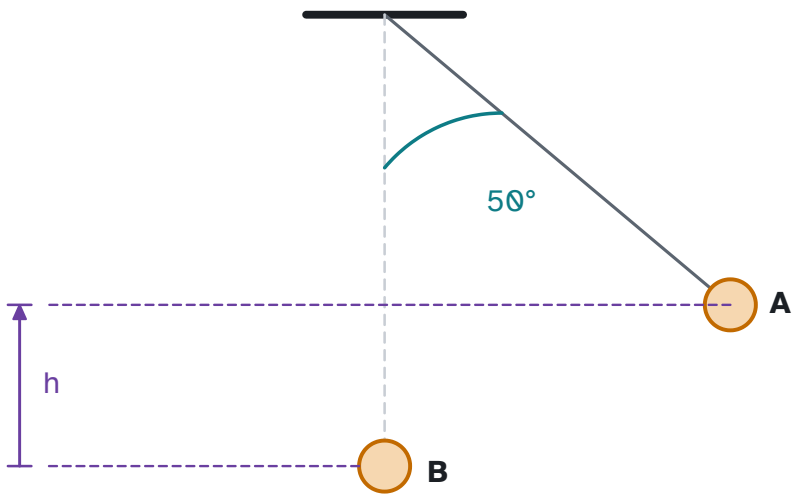


Figura 6.4.1. L'altura del pèndol es mesura des del punt més baix. Sense fregament, l'energia mecànica es conserva.

En una molla horitzontal, sense fregament, l'energia passa de potencial elàstica a cinètica. Si s'allibera des de l'amplitud A, on la velocitat és zero,

$$\frac{1}{2}\,k\,A^2 = \frac{1}{2}\,m\,v^2 + \frac{1}{2}\,k\,x^2$$

La velocitat màxima és a $x = 0$ i val $v = A\,\sqrt{k/m}$.

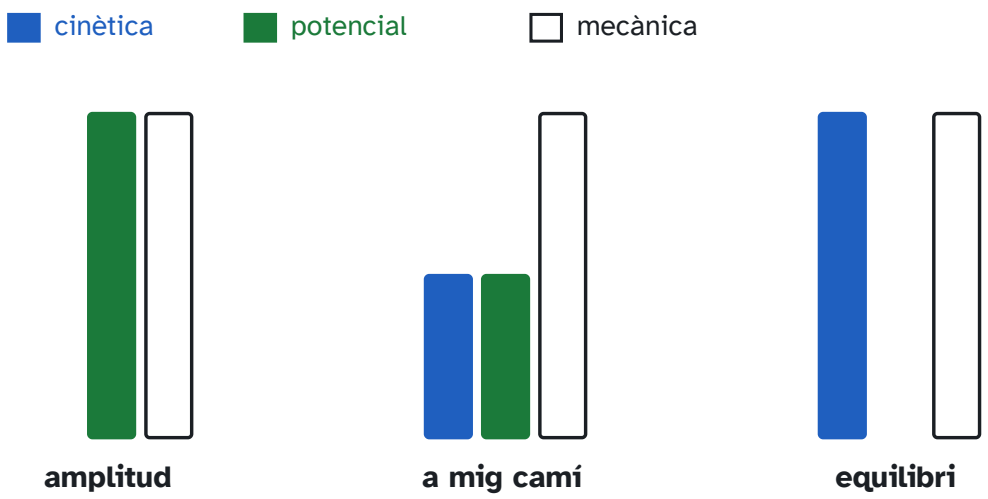


Figura 6.4.2. Molla sense fregament. A l'amplitud tota l'energia és potencial; a l'equilibri, tota és cinètica.

En un tir parabòlic sense resistència de l'aire l'energia mecànica també es conserva. Al punt més alt no val zero l'energia cinètica, perquè la velocitat horitzontal no s'ha anul·lat. Si es pren energia potencial zero al nivell de sortida i el tir surt i torna a aquest nivell, la velocitat d'arribada té el mateix mòdul que la de sortida.

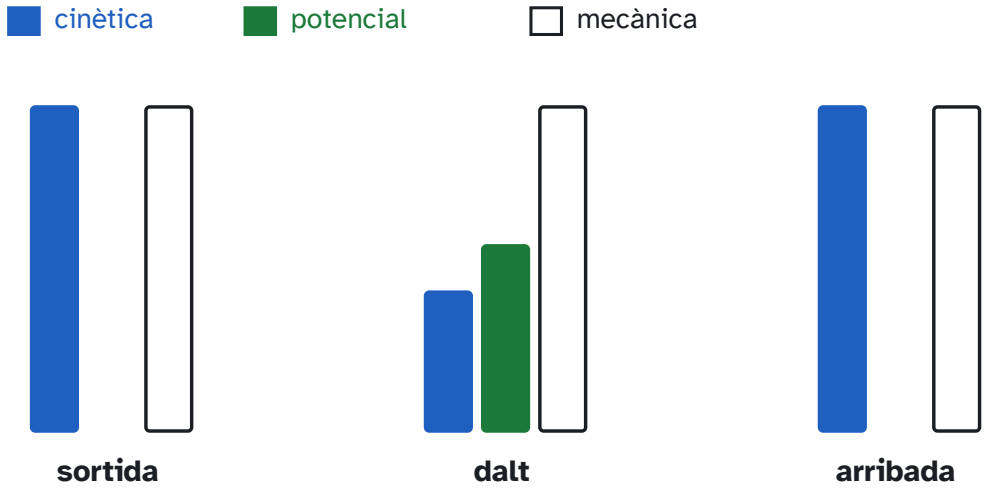


Figura 6.4.3. Tir sense resistència de l'aire. Al punt més alt queda energia cinètica, la de la velocitat horitzontal.

La **potència** és el ritme amb què es transfereix energia, $P = \Delta E / \Delta t$, i es mesura en watts. En aquest capítol no la farem servir per resoldre els exercicis: tots es resolen amb la conservació de l'energia mecànica.

El balanç d'aquest capítol

Es tria un nivell zero per a l'altura. S'escriu $E_c + E_p$ al punt inicial i al punt final, amb la gravitatòria, l'elàstica o totes dues. Es conserven. No s'hi afegeix cap terme de fregament ni de treball de cap altra força.

F Formulari del tema

Relació	Comentari
$W = F\,\Delta x\cos\varphi$	Treball d'una força constant.
$E_c = \frac{1}{2}\,m\,v^2$	Energia cinètica.
$E_p = m\,g\,h$	Potencial gravitatòria.
$E_p = \frac{1}{2}\,k\,x^2$	Potencial elàstica.
$E_{m1} = E_{m2}$	Sense fregament, només pes i molles.
$v = \sqrt{2\,g\,h}$	Caiguda des del repòs, desnivell h.

E Errors freqüents

- Canviar el nivell zero de l'altura entre el punt inicial i el final.
- Posar energia cinètica zero al capdamunt d'un tir parabòlic. Hi queda la velocitat horitzontal.
- Fer servir la conservació quan l'enunciat diu que hi ha fregament. En aquest capítol no n'hi ha; si en un altre problema n'hi ha, aquest balanç no es pot aplicar tal qual.
- Oblidar l'energia elàstica quan la molla està deformada, o comptar-la dues vegades.
- Confondre la deformació de la molla amb la longitud total de la molla.

P Problemes

Els problemes són de 1r de batxillerat: primer els senzills i després algun de dificultat mitjana. Es resolen amb les equacions del tema, àlgebra senzilla i sinus i cosinus. Cada solució justifica el plantejament i substitueix les dades amb unitats. Si no es diu una altra cosa, g = 9,8 m/s².

6.1 La pedra que cau al pou SENZILL

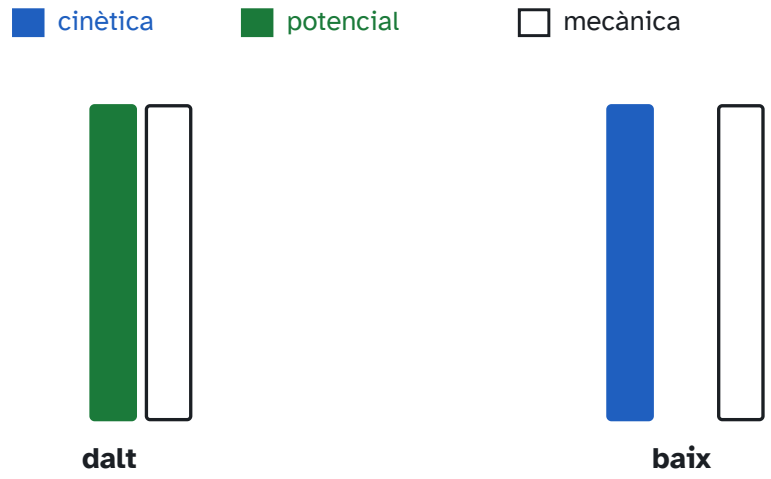


Figura 6.1. L'energia potencial es converteix en cinètica.

Una pedra de 0,2 kg cau des del repòs un desnivell de 19,6 m fins a l'aigua del pou. Només actua el pes. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$. Pren l'energia potencial zero a baix.

a) Quina energia potencial té a dalt?

b) A quina velocitat arriba a l'aigua?

Solució

PLANTEJAMENT Només treballa el pes, així que l'energia mecànica es conserva. Amb el zero d'altura a baix, a dalt tot és potencial i a baix tot és cinètic. La massa es cancel·la en la velocitat, però no en l'energia.

EQUACIÓ

$$m\,g\,h = \frac{1}{2}\,m\,v^2$$

CÀLCUL

$$E_p = 0{,}2\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 19{,}6\ \text{m} = 38{,}42\ \text{J}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 19{,}6\ \text{m}} = 19{,}6\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'energia potencial inicial és **38,42 J** i la velocitat en arribar a baix és **19,6 m/s**.

6.2 El llibre que rellisca del prestatge SENZILL

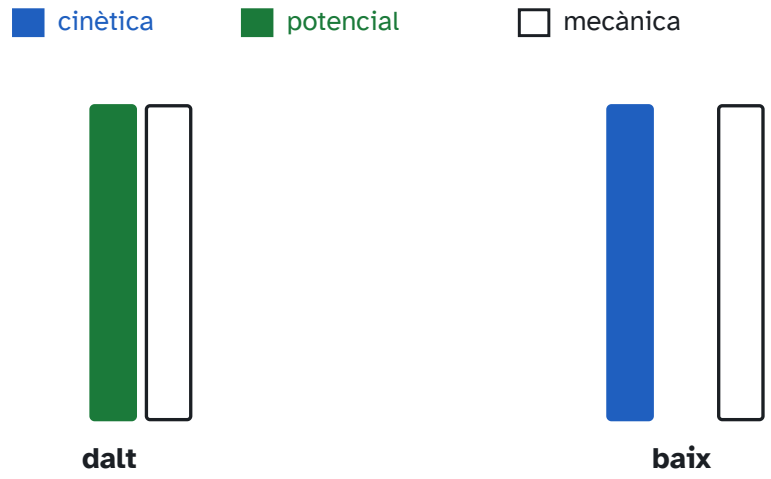


Figura 6.2. L'energia potencial es converteix en cinètica.

Un llibre d'1 kg rellisca del prestatge i cau 1,25 m fins a terra, des del repòs. Només actua el pes. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina energia potencial perd?

b) A quina velocitat arriba a terra?

Solució

PLANTEJAMENT Només treballa el pes, així que l'energia mecànica es conserva. Amb el zero d'altura a baix, a dalt tot és potencial i a baix tot és cinètic. La massa es cancel·la en la velocitat, però no en l'energia.

EQUACIÓ

$$m\,g\,h = \frac{1}{2}\,m\,v^2$$

CÀLCUL

$$E_p = 1\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 1{,}25\ \text{m} = 12{,}25\ \text{J}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 1{,}25\ \text{m}} = 4{,}95\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'energia potencial inicial és **12,25 J** i la velocitat en arribar a baix és **4,95 m/s**.

6.3 El salt a la piscina SENZILL

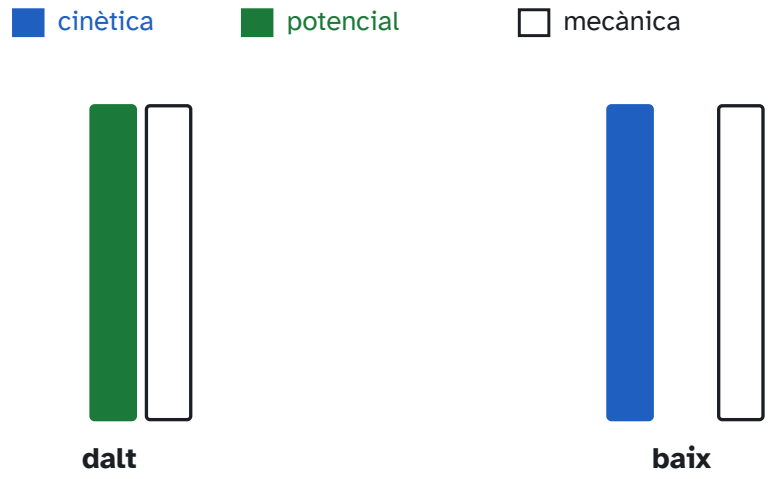


Figura 6.3. L'energia potencial es converteix en cinètica.

Una persona de 60 kg es deixa caure des del trampolí de la piscina, a 2 m de l'aigua, des del repòs. Només actua el pes. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina energia potencial té respecte de l'aigua?

b) A quina velocitat arriba a l'aigua?

Solució

PLANTEJAMENT Només treballa el pes, així que l'energia mecànica es conserva. Amb el zero d'altura a baix, a dalt tot és potencial i a baix tot és cinètic. La massa es cancel·la en la velocitat, però no en l'energia.

EQUACIÓ

$$m\,g\,h = \frac{1}{2}\,m\,v^2$$

CÀLCUL

$$E_p = 60\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 2\ \text{m} = 1176\ \text{J}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 2\ \text{m}} = 6{,}26\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'energia potencial inicial és **1176 J** i la velocitat en arribar a baix és **6,26 m/s**.

6.4 La poma de l'arbre SENZILL

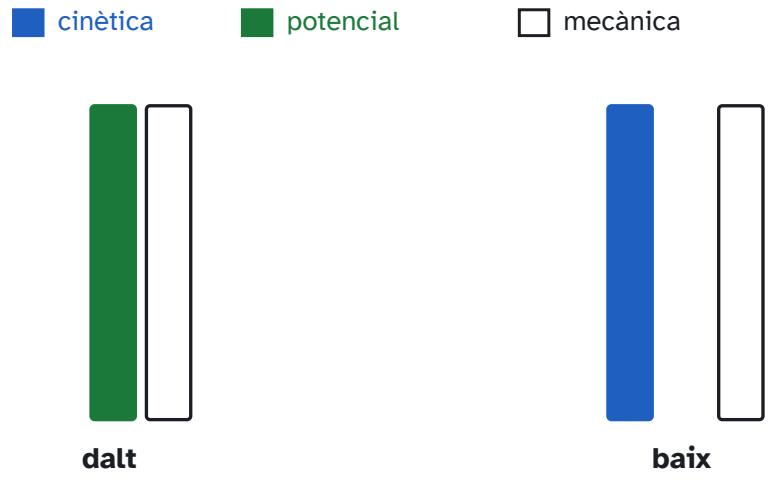


Figura 6.4. L'energia potencial es converteix en cinètica.

Una poma de 0,15 kg cau 4,9 m des de la branca, des del repòs. Només actua el pes. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina energia potencial perd?

b) A quina velocitat arriba a terra?

Solució

PLANTEJAMENT Només treballa el pes, així que l'energia mecànica es conserva. Amb el zero d'altura a baix, a dalt tot és potencial i a baix tot és cinètic. La massa es cancel·la en la velocitat, però no en l'energia.

EQUACIÓ

$$m\,g\,h = \frac{1}{2}\,m\,v^2$$

CÀLCUL

$$E_p = 0{,}15\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 4{,}9\ \text{m} = 7{,}20\ \text{J}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 4{,}9\ \text{m}} = 9{,}8\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'energia potencial inicial és **7,20 J** i la velocitat en arribar a baix és **9,8 m/s**.

6.5 El paquet de la bastida SENZILL

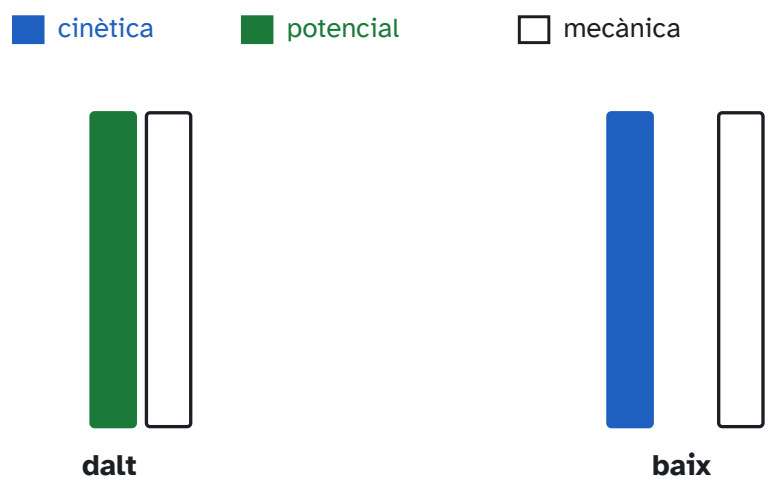


Figura 6.5. L'energia potencial es converteix en cinètica.

Un paquet de 3 kg cau 10 m des d'una bastida, des del repòs. Només actua el pes. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina energia potencial inicial té, amb el zero a terra?

b) A quina velocitat arriba?

Solució

PLANTEJAMENT Només treballa el pes, així que l'energia mecànica es conserva. Amb el zero d'altura a baix, a dalt tot és potencial i a baix tot és cinètic. La massa es cancel·la en la velocitat, però no en l'energia.

EQUACIÓ

$$m\,g\,h = \frac{1}{2}\,m\,v^2$$

CÀLCUL

$$E_p = 3\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 10\ \text{m} = 294\ \text{J}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 10\ \text{m}} = 14\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'energia potencial inicial és **294 J** i la velocitat en arribar a baix és **14 m/s**.

6.6 La clau que cau de la butxaca SENZILL

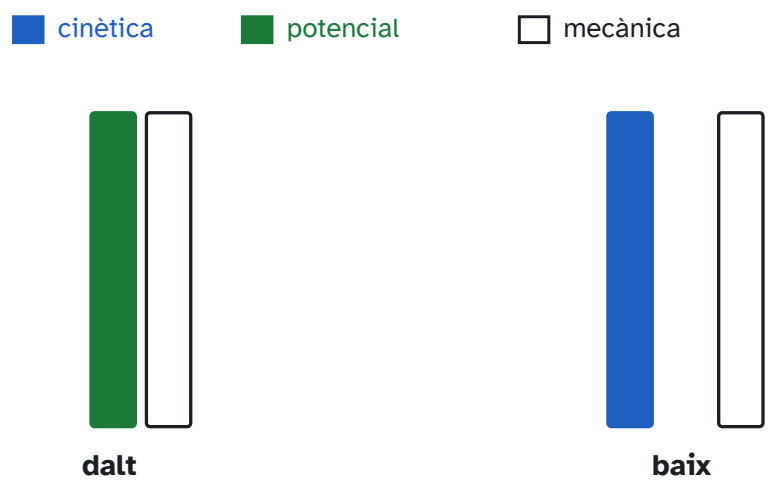


Figura 6.6. L'energia potencial es converteix en cinètica.

Una clau de 0,05 kg cau 5 m des de la butxaca, des del repòs. Només actua el pes. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina energia potencial perd?

b) A quina velocitat arriba a terra?

Solució

PLANTEJAMENT Només treballa el pes, així que l'energia mecànica es conserva. Amb el zero d'altura a baix, a dalt tot és potencial i a baix tot és cinètic. La massa es cancel·la en la velocitat, però no en l'energia.

EQUACIÓ

$$m\,g\,h = \frac{1}{2}\,m\,v^2$$

CÀLCUL

$$E_p = 0{,}05\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 5\ \text{m} = 2{,}45\ \text{J}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 5\ \text{m}} = 9{,}90\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'energia potencial inicial és **2,45 J** i la velocitat en arribar a baix és **9,90 m/s**.

6.7 La pilota de bàsquet cap amunt SENZILL

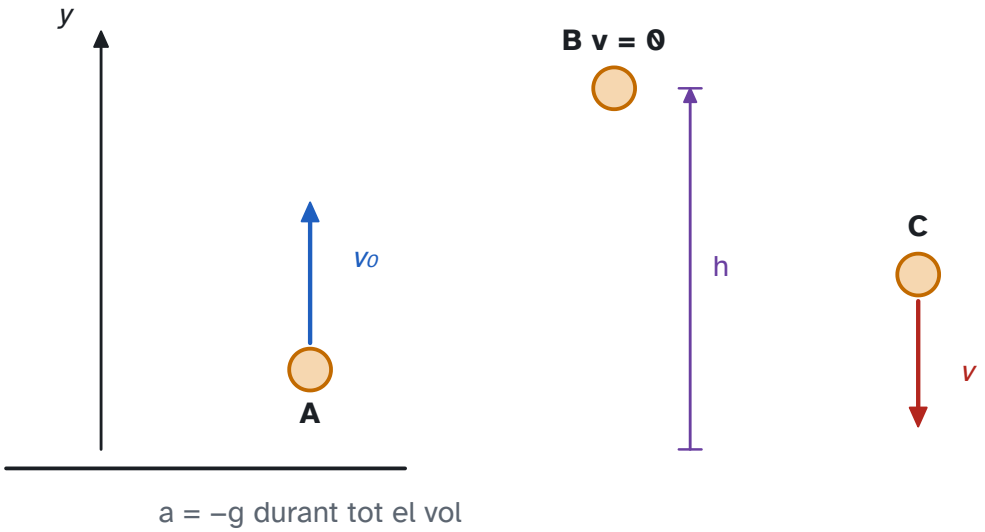


Figura 6.7. Al punt més alt la velocitat és zero.

Es llança una pilota de bàsquet de 0,6 kg verticalment cap amunt a 8 m/s. Només actua el pes. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina energia cinètica té en sortir?

b) Quina alçada màxima assoleix?

Solució

PLANTEJAMENT A dalt la velocitat és zero. L'energia cinètica inicial es converteix tota en potencial. El nivell zero és el punt de llançament, i només actua el pes.

EQUACIÓ

$$\frac{1}{2} m v^2 = m g h$$

CÀLCUL

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 0{,}6\ \text{kg} \cdot (8\ \text{m/s})^2 = 19{,}2\ \text{J}$$

$$h = (8\ \text{m/s})^2 / (2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2) = 3{,}27\ \text{m}$$

RESULTAT L'energia cinètica inicial és **19,2 J** i l'alçada màxima és **3,27 m**.

6.8 El coet petit SENZILL

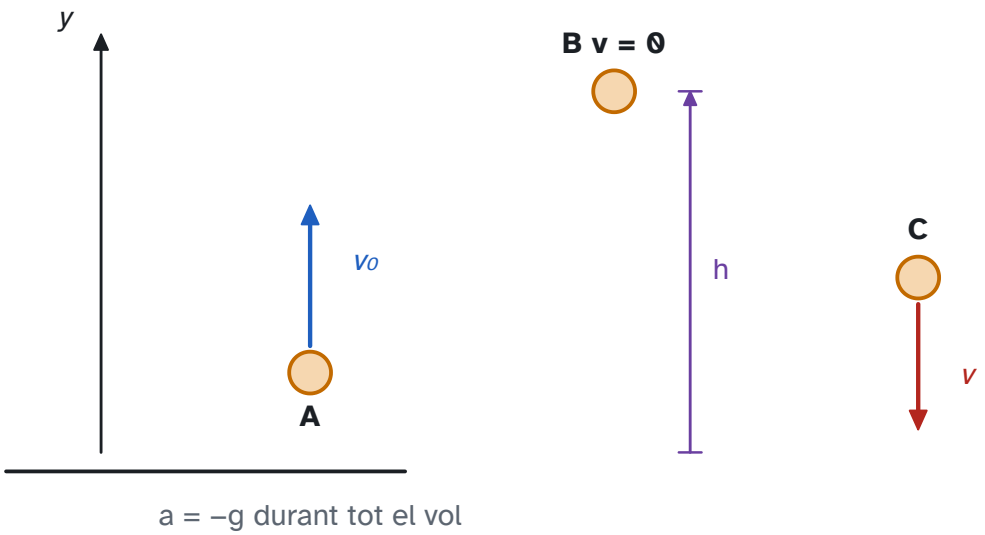


Figura 6.8. Al punt més alt la velocitat és zero.

Un coet petit de 0,2 kg puja a 14 m/s en el moment en què s'apaga el motor. A partir d'aquí només actua el pes. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina energia cinètica té en apagar-se?

b) Quina alçada puja encara?

Solució

PLANTEJAMENT A dalt la velocitat és zero. L'energia cinètica inicial es converteix tota en potencial. El nivell zero és el punt de llançament, i només actua el pes.

EQUACIÓ

$$\frac{1}{2} m v^2 = m g h$$

CÀLCUL

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 0{,}2\ \text{kg} \cdot (14\ \text{m/s})^2 = 19{,}6\ \text{J}$$

$$h = (14\ \text{m/s})^2 / (2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2) = 10\ \text{m}$$

RESULTAT L'energia cinètica inicial és **19,6 J** i l'alçada màxima és **10 m**.

6.9 La fletxa cap amunt SENZILL

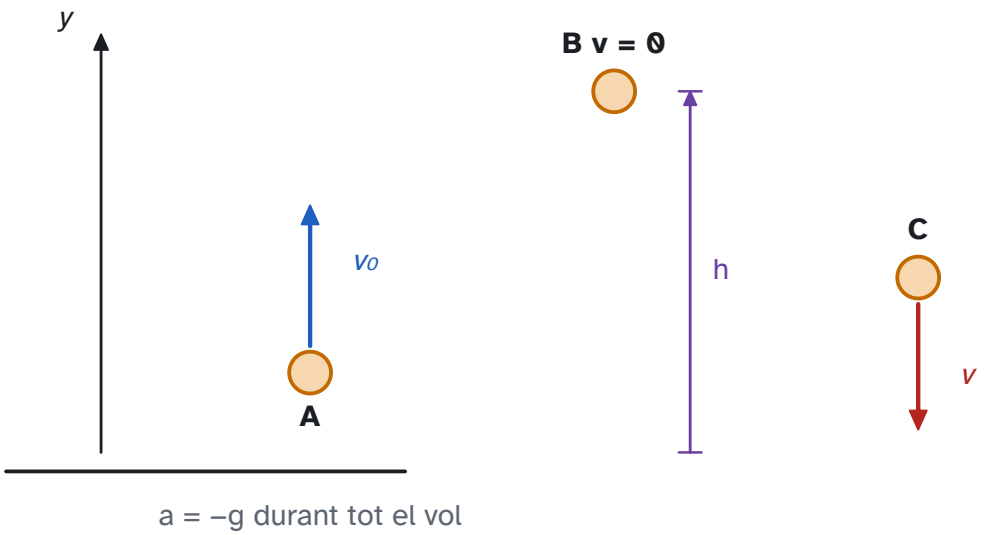


Figura 6.9. Al punt més alt la velocitat és zero.

Una fletxa de 0,05 kg surt verticalment a 20 m/s. Només actua el pes. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina energia cinètica té en sortir?

b) Quina alçada màxima assoleix?

Solució

PLANTEJAMENT A dalt la velocitat és zero. L'energia cinètica inicial es converteix tota en potencial. El nivell zero és el punt de llançament, i només actua el pes.

EQUACIÓ

$$\frac{1}{2} m v^2 = m g h$$

CÀLCUL

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 0{,}05\ \text{kg} \cdot (20\ \text{m/s})^2 = 10\ \text{J}$$

$$h = (20\ \text{m/s})^2 / (2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2) = 20{,}41\ \text{m}$$

RESULTAT L'energia cinètica inicial és **10 J** i l'alçada màxima és **20,41 m**.

6.10 La pedra llançada al camp SENZILL

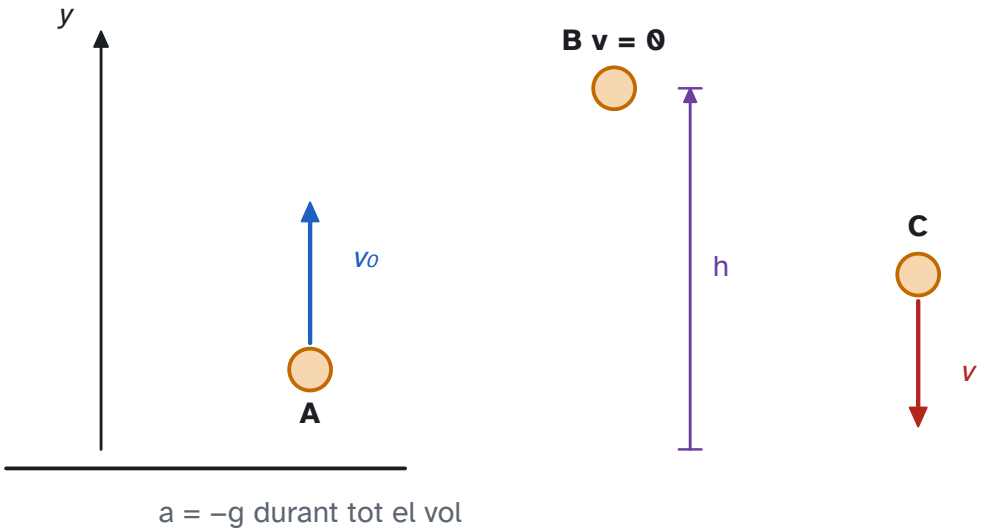


Figura 6.10. Al punt més alt la velocitat és zero.

Es llança una pedra de 0,3 kg verticalment cap amunt a 9,8 m/s. Només actua el pes. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina energia cinètica té?

b) Quina alçada màxima assoleix?

Solució

PLANTEJAMENT A dalt la velocitat és zero. L'energia cinètica inicial es converteix tota en potencial. El nivell zero és el punt de llançament, i només actua el pes.

EQUACIÓ

$$\frac{1}{2} m v^2 = m g h$$

CÀLCUL

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 0{,}3\ \text{kg} \cdot (9{,}8\ \text{m/s})^2 = 14{,}41\ \text{J}$$

$$h = (9{,}8\ \text{m/s})^2 / (2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2) = 4{,}9\ \text{m}$$

RESULTAT L'energia cinètica inicial és **14,41 J** i l'alçada màxima és **4,9 m**.

6.11 El paquet llançat a dalt SENZILL

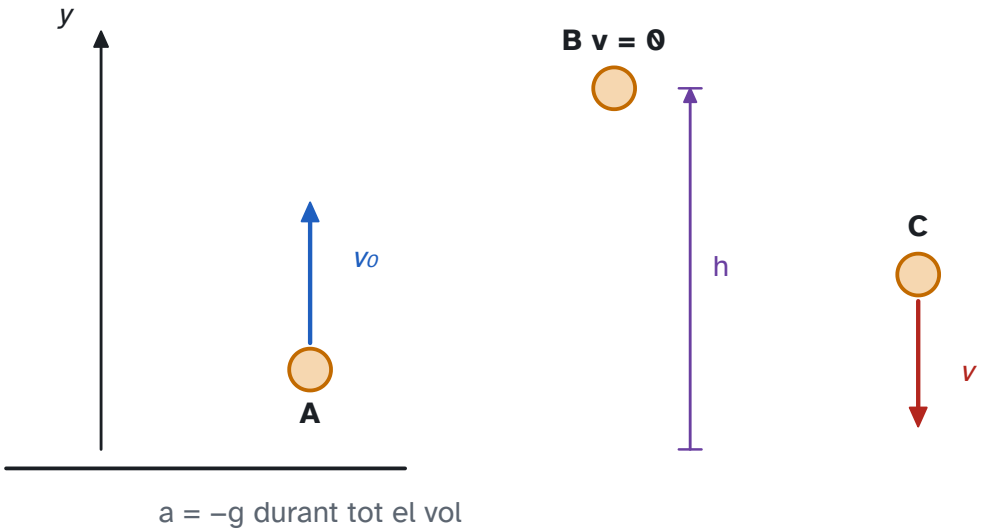


Figura 6.11. Al punt més alt la velocitat és zero.

Es llança un paquet de 2 kg verticalment cap amunt a 6 m/s. Només actua el pes. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina energia cinètica té?

b) Quina alçada màxima assoleix?

Solució

PLANTEJAMENT A dalt la velocitat és zero. L'energia cinètica inicial es converteix tota en potencial. El nivell zero és el punt de llançament, i només actua el pes.

EQUACIÓ

$$\frac{1}{2} m v^2 = m g h$$

CÀLCUL

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 2\ \text{kg} \cdot (6\ \text{m/s})^2 = 36\ \text{J}$$

$$h = (6\ \text{m/s})^2 / (2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2) = 1{,}84\ \text{m}$$

RESULTAT L'energia cinètica inicial és **36 J** i l'alçada màxima és **1,84 m**.

6.12 La bola de la classe SENZILL

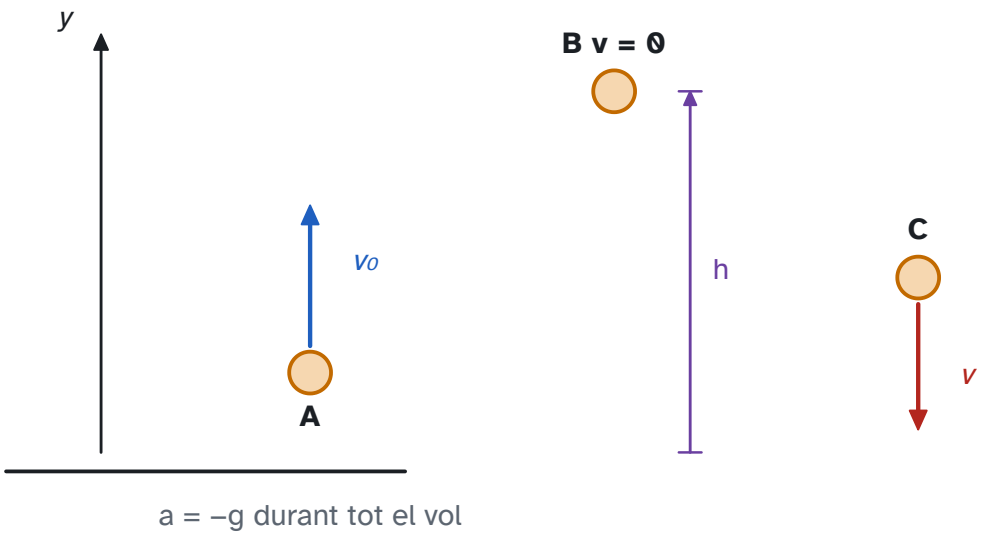


Figura 6.12. Al punt més alt la velocitat és zero.

Es llança una bola d'1 kg verticalment cap amunt a 4 m/s. Només actua el pes. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina energia cinètica té?

b) Quina alçada màxima assoleix?

Solució

PLANTEJAMENT A dalt la velocitat és zero. L'energia cinètica inicial es converteix tota en potencial. El nivell zero és el punt de llançament, i només actua el pes.

EQUACIÓ

$$\frac{1}{2} m v^2 = m g h$$

CÀLCUL

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 1\ \text{kg} \cdot (4\ \text{m/s})^2 = 8\ \text{J}$$

$$h = (4\ \text{m/s})^2 / (2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2) = 0{,}82\ \text{m}$$

RESULTAT L'energia cinètica inicial és **8 J** i l'alçada màxima és **0,82 m**.

6.13 La muntanya russa MITJÀ

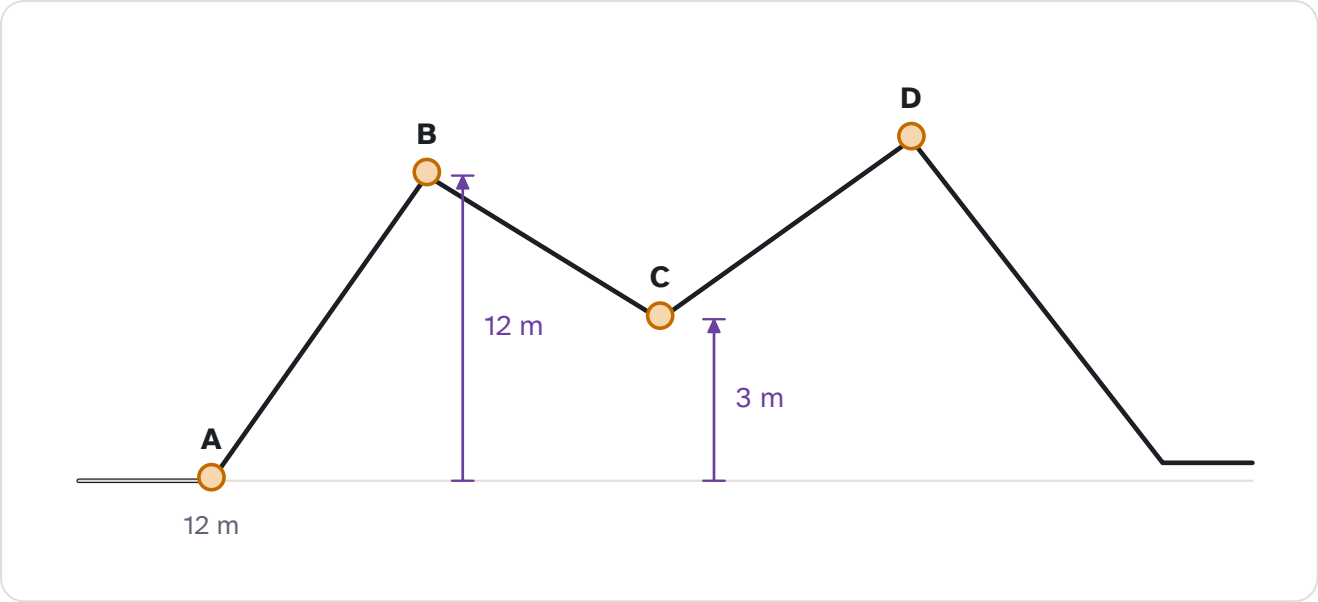


Figura 6.13. Les altures dels punts són les de l'enunciat.

Un vagó de 400 kg de la muntanya russa passa pel punt A, a 12 m, pràcticament parat, i després pel punt B, a 3 m. La via és llisa i només actua el pes. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

Quina velocitat porta a B?

Solució

PLANTEJAMENT La pista és llisa i només actua el pes, així que l'energia mecànica es conserva. La massa es cancel·la: només importen les altures i la velocitat al punt de partida.

EQUACIÓ

$$\frac{1}{2} v_1^2 + g\, h_1 = \frac{1}{2} v_2^2 + g\, h_2$$

CÀLCUL

$$v_2 = \sqrt{(0\ \text{m/s})^2 + 2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (12\ \text{m} - 3\ \text{m})} = 13{,}28\ \text{m/s}$$

RESULTAT Al segon punt porta **13,28 m/s**.

6.14 L'esquiador a la pista llisa MITJÀ

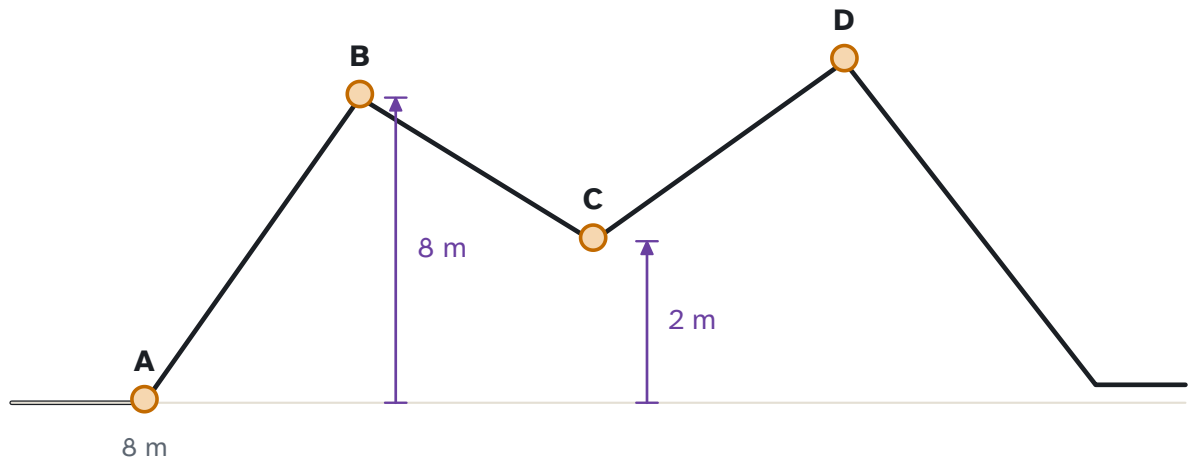


Figura 6.14. Les altures dels punts són les de l'enunciat.

Un esquiador de 70 kg passa per un punt a 8 m d'altura a 2 m/s i després per un punt a 2 m. La pista és llisa i només actua el pes. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

Quina velocitat porta al segon punt?

Solució

PLANTEJAMENT La pista és llisa i només actua el pes, així que l'energia mecànica es conserva. La massa es cancel·la: només importen les altures i la velocitat al punt de partida.

EQUACIÓ

$$\frac{1}{2} v_1^2 + g\, h_1 = \frac{1}{2} v_2^2 + g\, h_2$$

CÀLCUL

$$v_2 = \sqrt{(2\ \text{m/s})^2 + 2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (8\ \text{m} - 2\ \text{m})} = 11{,}03\ \text{m/s}$$

RESULTAT Al segon punt porta **11,03 m/s**.

6.15 El carretó de la rampa MITJÀ

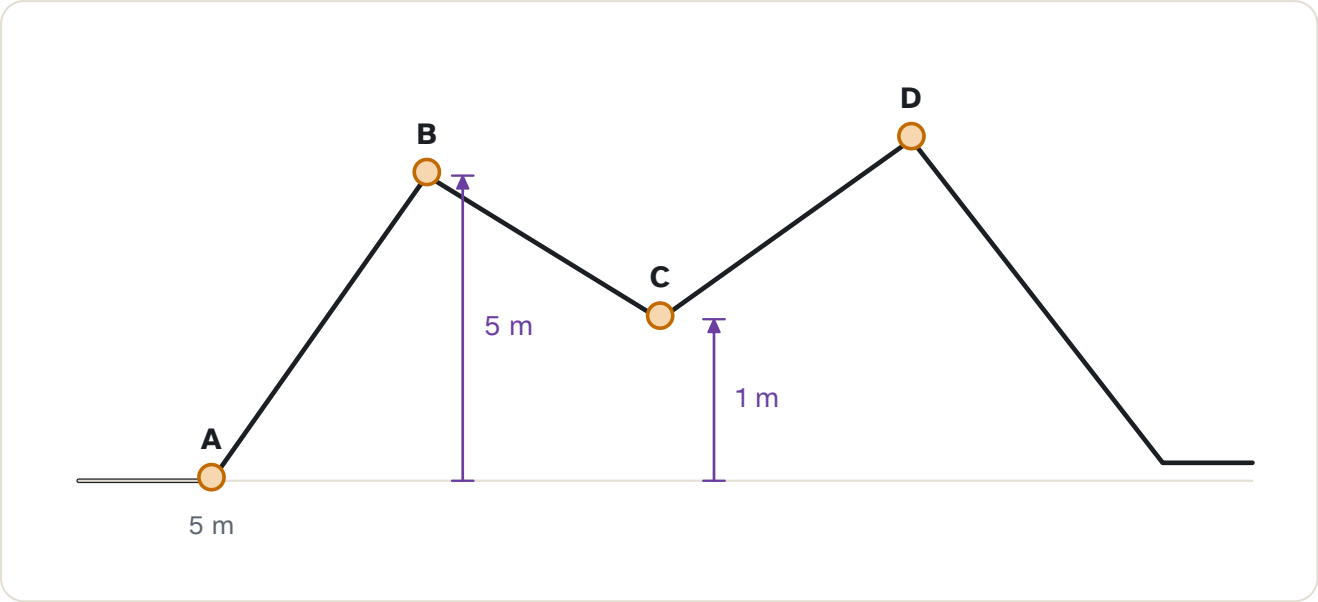


Figura 6.15. Les altures dels punts són les de l'enunciat.

Un carretó de 20 kg passa per dalt d'una rampa llisa, a 5 m, a 3 m/s, i baixa fins a 1 m d'altura. Només actua el pes. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

Quina velocitat hi porta?

Solució

PLANTEJAMENT La pista és llisa i només actua el pes, així que l'energia mecànica es conserva. La massa es cancel·la: només importen les altures i la velocitat al punt de partida.

EQUACIÓ

$$\frac{1}{2} v_1^2 + g\, h_1 = \frac{1}{2} v_2^2 + g\, h_2$$

CÀLCUL

$$v_2 = \sqrt{(3\ \text{m/s})^2 + 2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (5\ \text{m} - 1\ \text{m})} = 9{,}35\ \text{m/s}$$

RESULTAT Al segon punt porta **9,35 m/s**.

6.16 La boleta al tub MITJÀ

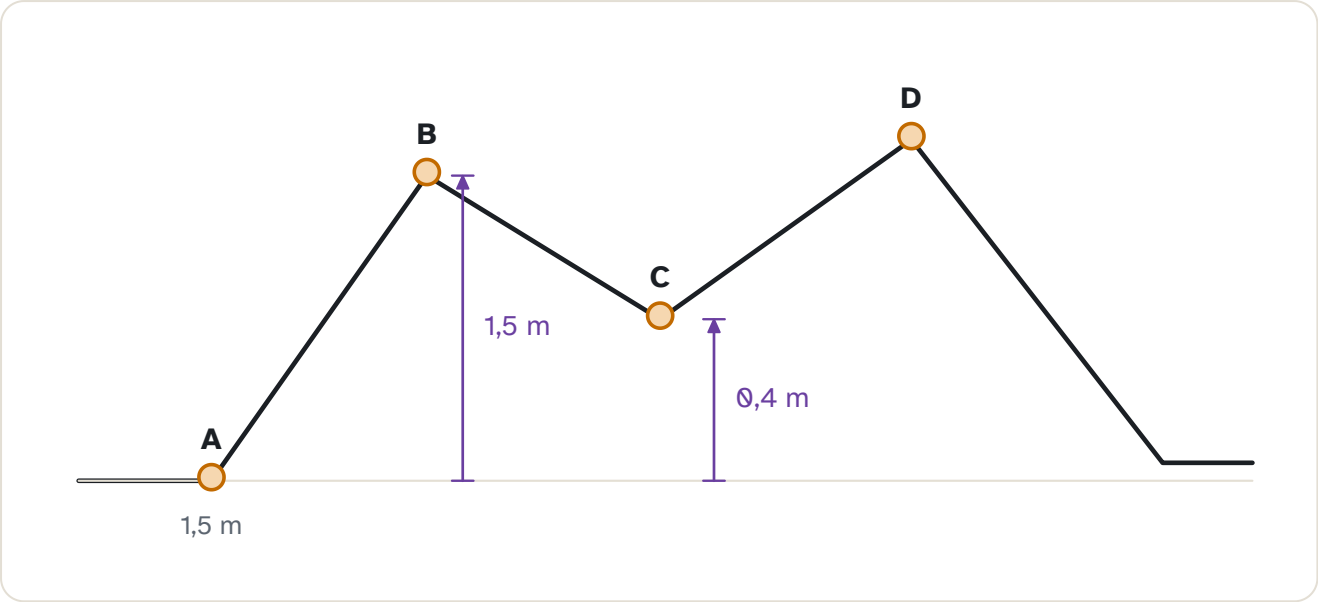


Figura 6.16. Les altures dels punts són les de l'enunciat.

Una boleta de 0,1 kg entra en un tub llis a 1,5 m d'altura, parada, i surt a 0,4 m. Només actua el pes. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

Quina velocitat porta a la sortida?

Solució

PLANTEJAMENT La pista és llisa i només actua el pes, així que l'energia mecànica es conserva. La massa es cancel·la: només importen les altures i la velocitat al punt de partida.

EQUACIÓ

$$\frac{1}{2} v_1^2 + g\, h_1 = \frac{1}{2} v_2^2 + g\, h_2$$

CÀLCUL

$$v_2 = \sqrt{(0\ \text{m/s})^2 + 2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (1{,}5\ \text{m} - 0{,}4\ \text{m})} = 4{,}64\ \text{m/s}$$

RESULTAT Al segon punt porta **4,64 m/s**.

6.17 El vagó de la mina MITJÀ

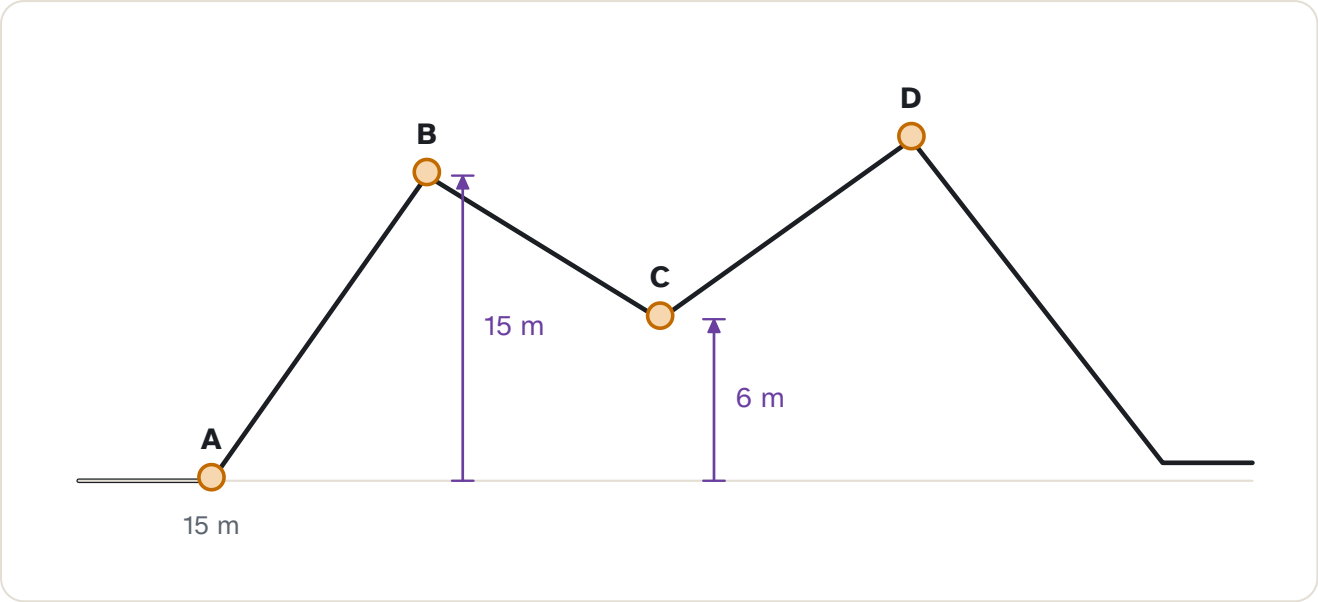


Figura 6.17. Les altures dels punts són les de l'enunciat.

Un vagó de 1200 kg passa per un punt a 15 m a 4 m/s i després per un punt a 6 m, per una via llisa. Només actua el pes. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

Quina velocitat porta al segon punt?

Solució

PLANTEJAMENT La pista és llisa i només actua el pes, així que l'energia mecànica es conserva. La massa es cancel·la: només importen les altures i la velocitat al punt de partida.

EQUACIÓ

$$\frac{1}{2} v_1^2 + g\, h_1 = \frac{1}{2} v_2^2 + g\, h_2$$

CÀLCUL

$$v_2 = \sqrt{(4\ \text{m/s})^2 + 2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (15\ \text{m} - 6\ \text{m})} = 13{,}87\ \text{m/s}$$

RESULTAT Al segon punt porta **13,87 m/s**.

6.18 El trineu a la baixada llisa MITJÀ

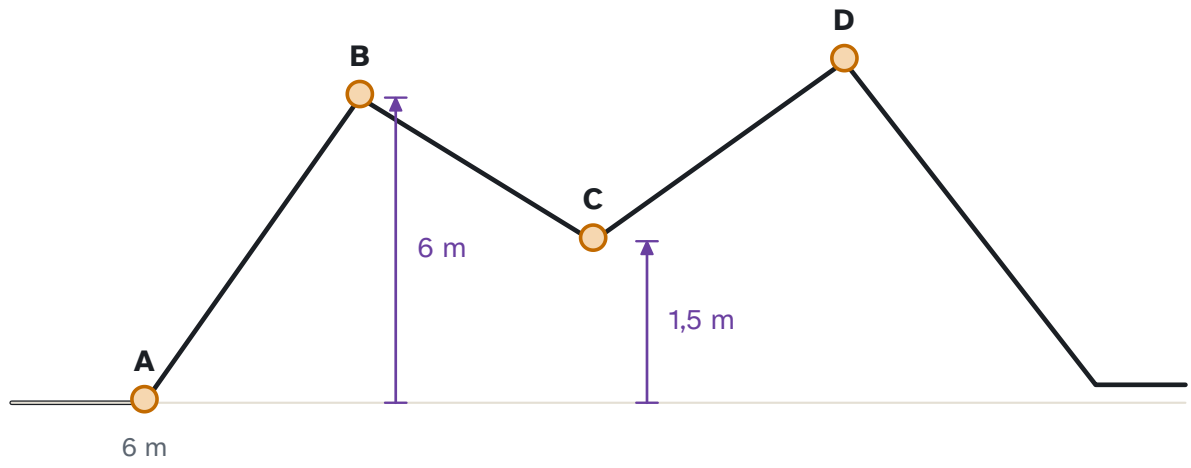


Figura 6.18. Les altures dels punts són les de l'enunciat.

Un trineu de 50 kg passa per un punt a 6 m d'altura a 1 m/s i després per un punt a 1,5 m, per una baixada llisa. Només actua el pes. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

Quina velocitat porta al punt més baix?

Solució

PLANTEJAMENT La pista és llisa i només actua el pes, així que l'energia mecànica es conserva. La massa es cancel·la: només importen les altures i la velocitat al punt de partida.

EQUACIÓ

$$\frac{1}{2} v_1^2 + g\, h_1 = \frac{1}{2} v_2^2 + g\, h_2$$

CÀLCUL

$$v_2 = \sqrt{(1\ \text{m/s})^2 + 2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (6\ \text{m} - 1{,}5\ \text{m})} = 9{,}44\ \text{m/s}$$

RESULTAT Al segon punt porta **9,44 m/s**.

6.19 El pèndol del laboratori MITJÀ

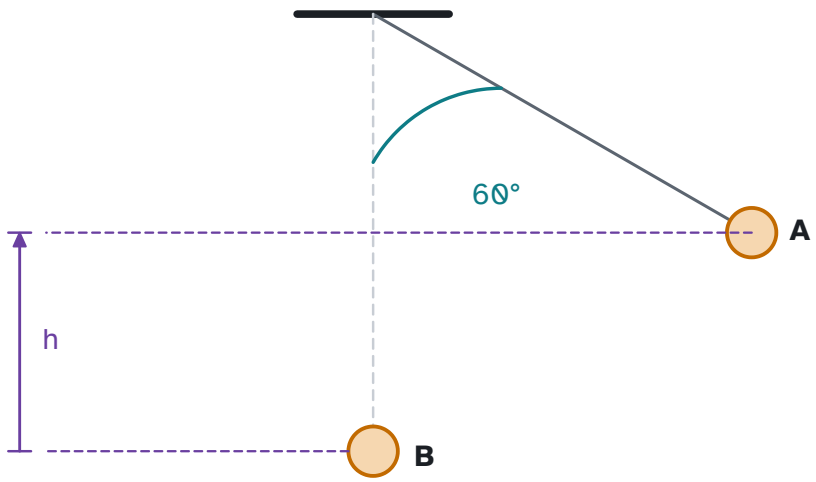


Figura 6.19. Es deixa anar des de 60°.

Un pèndol de laboratori, de 0,5 kg i 2 m, es deixa anar des de 60° respecte de la vertical. Només actua el pes. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina altura té respecte del punt baix?

b) Quina velocitat hi porta en passar per baix?

Solució

PLANTEJAMENT L'altura respecte del punt més baix és $L(1 - \cos\theta)$. Es conserva l'energia: a dalt la velocitat és zero i a baix l'altura és zero. La massa es cancel·la.

EQUACIÓ

$$h = L(1 - \cos\theta)$$

$$v = \sqrt{2\,g\,h}$$

CÀLCUL

$$h = 2\ \text{m} \cdot (1 - \cos 60^\circ) = 1\ \text{m}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 1\ \text{m}} = 4{,}43\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'altura inicial és **1 m** i la velocitat al punt baix és **4,43 m/s**.

6.20 El pèndol curt MITJÀ

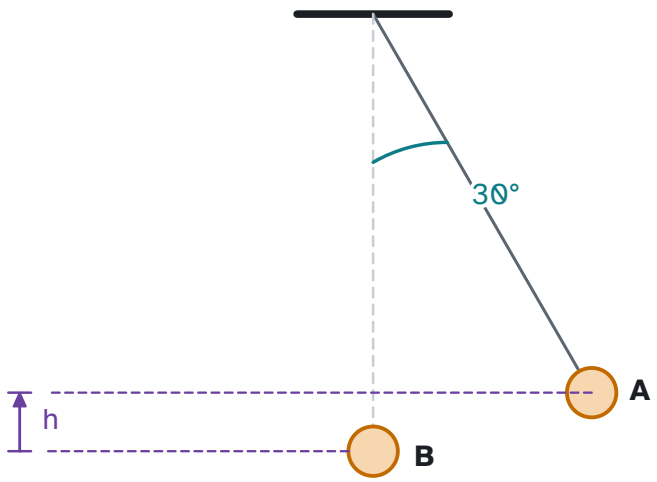


Figura 6.20. Es deixa anar des de 30°.

Un pèndol de 0,2 kg i 0,8 m es deixa anar des de 30°. Només actua el pes. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina altura cau fins al punt baix?

b) Quina velocitat hi porta?

Solució

PLANTEJAMENT L'altura respecte del punt més baix és $L(1 - \cos\theta)$. Es conserva l'energia: a dalt la velocitat és zero i a baix l'altura és zero. La massa es cancel·la.

EQUACIÓ

$$h = L(1 - \cos\theta)$$

$$v = \sqrt{2\,g\,h}$$

CÀLCUL

$$h = 0{,}8\ \text{m} \cdot (1 - \cos 30^\circ) = 0{,}11\ \text{m}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 0{,}11\ \text{m}} = 1{,}45\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'altura inicial és **0,11 m** i la velocitat al punt baix és **1,45 m/s**.

6.21 El gronxador MITJÀ

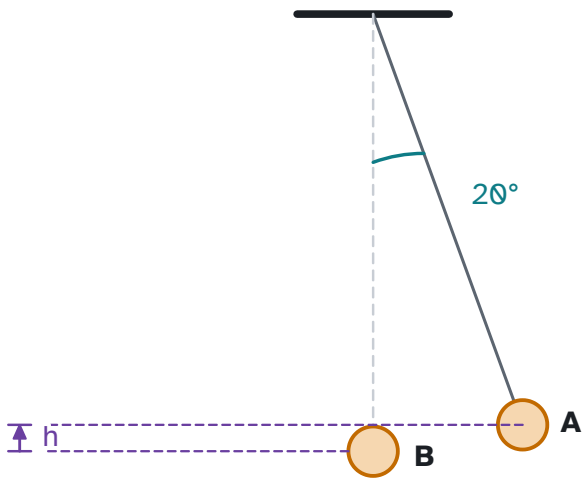


Figura 6.21. Es deixa anar des de 20°.

Un gronxador de 3 m, amb una criatura de 30 kg, es deixa anar des de 20° respecte de la vertical. Només actua el pes. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina altura baixa fins al punt més baix?

b) Quina velocitat hi porta?

Solució

PLANTEJAMENT L'altura respecte del punt més baix és $L(1 - \cos\theta)$. Es conserva l'energia: a dalt la velocitat és zero i a baix l'altura és zero. La massa es cancel·la.

EQUACIÓ

$$h = L(1 - \cos\theta)$$

$$v = \sqrt{2\,g\,h}$$

CÀLCUL

$$h = 3\ \text{m} \cdot (1 - \cos 20^\circ) = 0{,}18\ \text{m}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 0{,}18\ \text{m}} = 1{,}88\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'altura inicial és **0,18 m** i la velocitat al punt baix és **1,88 m/s**.

6.22 El pèndol deixat anar en horitzontal MITJÀ

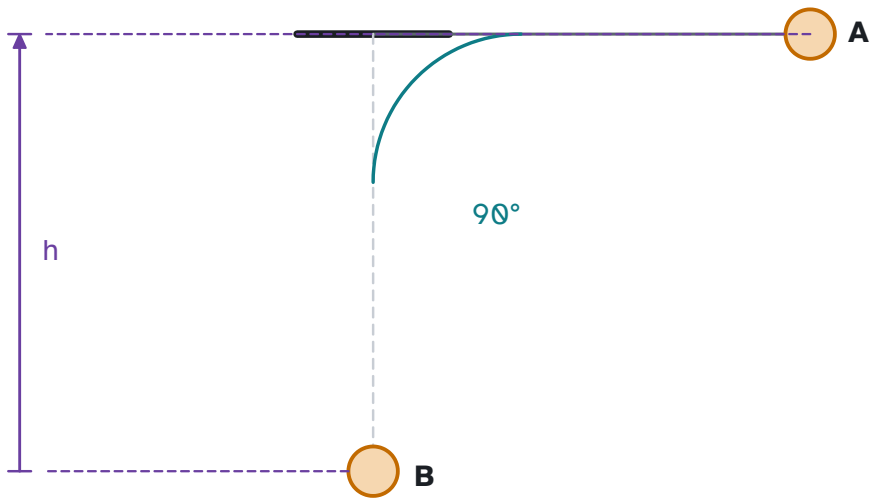


Figura 6.22. Es deixa anar des de 90°.

Un pèndol d'1 m i 0,4 kg es deixa anar des de l'horitzontal, és a dir, des de 90°. Només actua el pes. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina altura cau?

b) Quina velocitat porta al punt baix?

Solució

PLANTEJAMENT L'altura respecte del punt més baix és $L(1 - \cos\theta)$. Es conserva l'energia: a dalt la velocitat és zero i a baix l'altura és zero. La massa es cancel·la.

EQUACIÓ

$$h = L(1 - \cos\theta)$$

$$v = \sqrt{2\,g\,h}$$

CÀLCUL

$$h = 1\ \text{m} \cdot (1 - \cos 90^\circ) = 1\ \text{m}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 1\ \text{m}} = 4{,}43\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'altura inicial és **1 m** i la velocitat al punt baix és **4,43 m/s**.

6.23 El pèndol de la porta MITJÀ

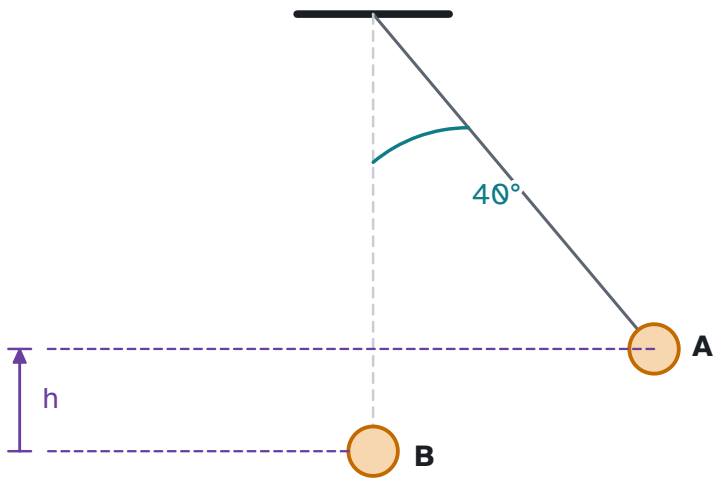


Figura 6.23. Es deixa anar des de 40°.

Una bola de 0,1 kg lligada a un fil de 0,5 m es deixa anar des de 40°. Només actua el pes. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina altura té respecte del punt baix?

b) Quina velocitat hi porta?

Solució

PLANTEJAMENT L'altura respecte del punt més baix és $L(1 - \cos\theta)$. Es conserva l'energia: a dalt la velocitat és zero i a baix l'altura és zero. La massa es cancel·la.

EQUACIÓ

$$h = L(1 - \cos\theta)$$

$$v = \sqrt{2\,g\,h}$$

CÀLCUL

$$h = 0{,}5\ \text{m} \cdot (1 - \cos 40^\circ) = 0{,}12\ \text{m}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 0{,}12\ \text{m}} = 1{,}51\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'altura inicial és **0,12 m** i la velocitat al punt baix és **1,51 m/s**.

6.24 El pèndol de 1,5 m MITJÀ

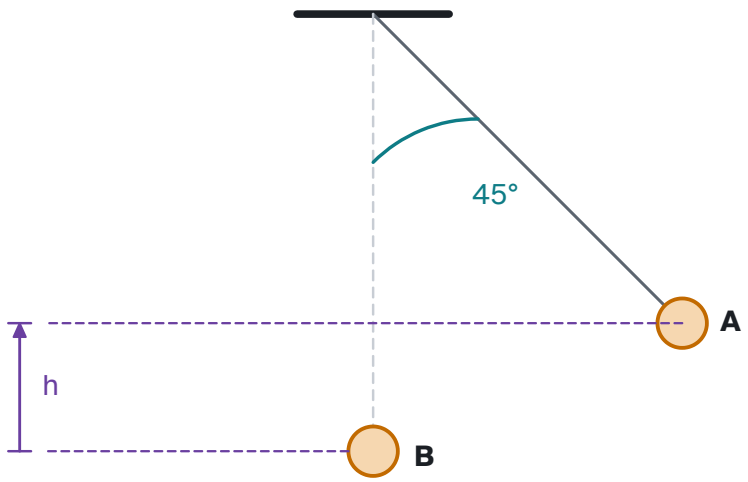


Figura 6.24. Es deixa anar des de 45°.

Un pèndol d'1 kg i 1,5 m es deixa anar des de 45°. Només actua el pes. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina altura cau?

b) Quina velocitat porta al punt baix?

Solució

PLANTEJAMENT L'altura respecte del punt més baix és $L(1 - \cos\theta)$. Es conserva l'energia: a dalt la velocitat és zero i a baix l'altura és zero. La massa es cancel·la.

EQUACIÓ

$$h = L(1 - \cos\theta)$$

$$v = \sqrt{2\,g\,h}$$

CÀLCUL

$$h = 1{,}5\ \text{m} \cdot (1 - \cos 45^\circ) = 0{,}44\ \text{m}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 0{,}44\ \text{m}} = 2{,}93\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'altura inicial és **0,44 m** i la velocitat al punt baix és **2,93 m/s**.

6.25 La molla de 200 N/m MITJÀ

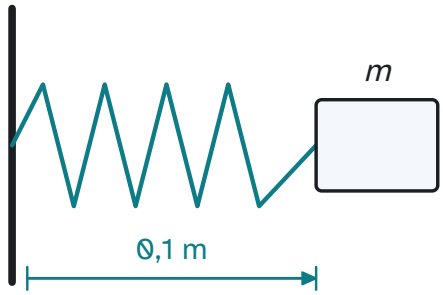


Figura 6.25. La cota és la compressió inicial de la molla.

Una molla de 200 N/m està comprimida 0,1 m i es deixa anar, unida a un bloc de 0,5 kg, damunt una taula llisa.

a) Quina energia té la molla al principi?

b) Quina velocitat porta el bloc en passar per l'equilibri?

Solució

PLANTEJAMENT El pla és horitzontal i llis: el pes i la normal no treballen. L'energia de la molla a la compressió inicial es converteix en cinètica quan la deformació és zero.

EQUACIÓ

$$\frac{1}{2}\,k\,A^2 = \frac{1}{2}\,m\,v^2$$

CÀLCUL

$$E = \frac{1}{2}\cdot 200\ \text{N/m}\cdot 0{,}1\ \text{m}^2 = 1\ \text{J}$$

$$v = 0{,}1\ \text{m}\cdot \sqrt{200\ \text{N/m}\ /\ 0{,}5\ \text{kg}} = 2\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'energia inicial de la molla és **1 J** i la velocitat a l'equilibri és **2 m/s**.

6.26 La molla tova MITJÀ

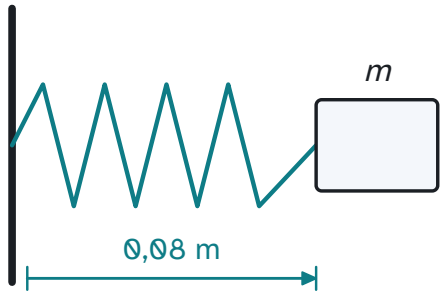


Figura 6.26. La cota és la compressió inicial de la molla.

Una molla de 50 N/m, comprimida 0,08 m, llança un bloc de 0,2 kg per una taula llisa.

a) Quina energia té al principi?

b) Quina velocitat porta a l'equilibri?

Solució

PLANTEJAMENT El pla és horitzontal i llis: el pes i la normal no treballen. L'energia de la molla a la compressió inicial es converteix en cinètica quan la deformació és zero.

EQUACIÓ

$$\frac{1}{2}\,k\,A^2 = \frac{1}{2}\,m\,v^2$$

CÀLCUL

$$E = \frac{1}{2}\cdot 50\ \text{N/m}\cdot 0{,}08\ \text{m}^2 = 0{,}16\ \text{J}$$

$$v = 0{,}08\ \text{m}\cdot \sqrt{50\ \text{N/m}\,/\,0{,}2\ \text{kg}} = 1{,}26\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'energia inicial de la molla és **0,16 J** i la velocitat a l'equilibri és **1,26 m/s**.

6.27 El bloc i la molla de 98 N/m MITJÀ

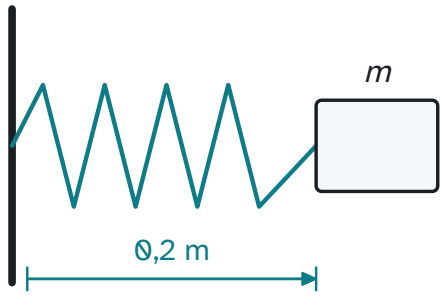


Figura 6.27. La cota és la compressió inicial de la molla.

Una molla de 98 N/m, comprimida 0,2 m, impulsa un bloc d'1 kg per un pla horitzontal llis.

a) Quina energia emmagatzema?

b) Quina velocitat dona al bloc a l'equilibri?

Solució

PLANTEJAMENT El pla és horitzontal i llis: el pes i la normal no treballen. L'energia de la molla a la compressió inicial es converteix en cinètica quan la deformació és zero.

EQUACIÓ

$$\frac{1}{2}\,k\,A^2 = \frac{1}{2}\,m\,v^2$$

CÀLCUL

$$E = \frac{1}{2} \cdot 98\ \text{N/m} \cdot 0{,}2\ \text{m}^2 = 1{,}96\ \text{J}$$

$$v = 0{,}2\ \text{m} \cdot \sqrt{98\ \text{N/m} / 1\ \text{kg}} = 1{,}98\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'energia inicial de la molla és **1,96 J** i la velocitat a l'equilibri és **1,98 m/s**.

6.28 L'oscil·lador de la pràctica MITJÀ

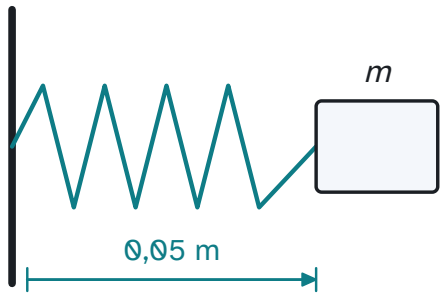


Figura 6.28. La cota és la compressió inicial de la molla.

A la pràctica, una molla de 160 N/m comprimida 0,05 m va unida a una massa de 0,4 kg sobre un carril llis.

a) Quina energia té la molla?

b) Quina velocitat màxima assoleix la massa?

Solució

PLANTEJAMENT El pla és horitzontal i llis: el pes i la normal no treballen. L'energia de la molla a la compressió inicial es converteix en cinètica quan la deformació és zero.

EQUACIÓ

$$\frac{1}{2}\,k\,A^2 = \frac{1}{2}\,m\,v^2$$

CÀLCUL

$$E = \frac{1}{2} \cdot 160\ \text{N/m} \cdot 0{,}05\ \text{m}^2 = 0{,}2\ \text{J}$$

$$v = 0{,}05\ \text{m} \cdot \sqrt{160\ \text{N/m} / 0{,}4\ \text{kg}} = 1\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'energia inicial de la molla és **0,2 J** i la velocitat a l'equilibri és **1 m/s**.

6.29 La compressió del carro MITJÀ

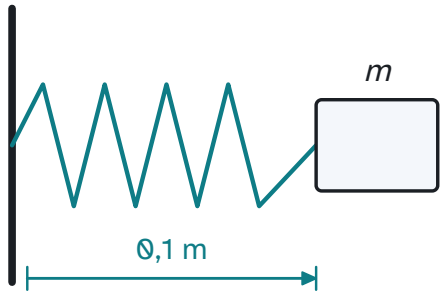


Figura 6.29. La cota és la compressió inicial de la molla.

Un carro de 2 kg és empès per una molla de 800 N/m comprimida 0,1 m, en un carril llis.

a) Quina energia té la molla?

b) Quina velocitat porta el carro a l'equilibri?

Solució

PLANTEJAMENT El pla és horitzontal i llis: el pes i la normal no treballen. L'energia de la molla a la compressió inicial es converteix en cinètica quan la deformació és zero.

EQUACIÓ

$$\frac{1}{2}\,k\,A^2 = \frac{1}{2}\,m\,v^2$$

CÀLCUL

$$E = \frac{1}{2}\cdot 800\ \text{N/m}\cdot 0{,}1\ \text{m}^2 = 4\ \text{J}$$

$$v = 0{,}1\ \text{m}\cdot \sqrt{800\ \text{N/m}\,/\,2\ \text{kg}} = 2\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'energia inicial de la molla és **4 J** i la velocitat a l'equilibri és **2 m/s**.

6.30 La molla del calaix MITJÀ

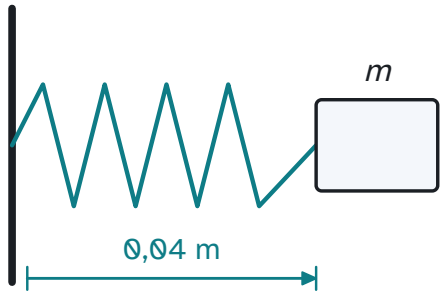


Figura 6.30. La cota és la compressió inicial de la molla.

La molla d'un calaix, de 120 N/m, es comprimeix 0,04 m i es deixa anar amb una massa de 0,3 kg que llisca lliurement sobre la guia.

a) Quina energia té?

b) Quina velocitat porta la massa a l'equilibri?

Solució

PLANTEJAMENT El pla és horitzontal i llis: el pes i la normal no treballen. L'energia de la molla a la compressió inicial es converteix en cinètica quan la deformació és zero.

EQUACIÓ

$$\frac{1}{2}\,k\,A^2 = \frac{1}{2}\,m\,v^2$$

CÀLCUL

$$E = \frac{1}{2} \cdot 120\ \text{N/m} \cdot 0{,}04\ \text{m}^2 = 0{,}10\ \text{J}$$

$$v = 0{,}04\ \text{m} \cdot \sqrt{120\ \text{N/m} / 0{,}3\ \text{kg}} = 0{,}8\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'energia inicial de la molla és **0,10 J** i la velocitat a l'equilibri és **0,8 m/s**.

6.31 El llançament des de 15 cm MITJÀ

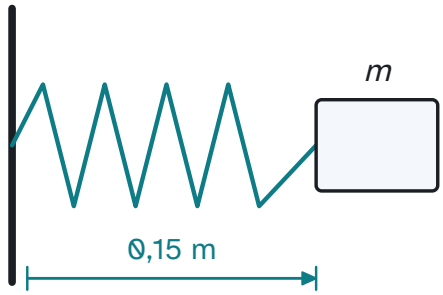


Figura 6.31. La cota és la compressió inicial de la molla.

Es fa un llançament comprimint 0,15 m (15 cm) una molla de 100 N/m, i es deixa anar un bloc de 0,25 kg per un pla llis.

a) Quina energia té la molla?

b) Quina velocitat porta el bloc a l'equilibri?

Solució

PLANTEJAMENT El pla és horitzontal i llis: el pes i la normal no treballen. L'energia de la molla a la compressió inicial es converteix en cinètica quan la deformació és zero.

EQUACIÓ

$$\frac{1}{2}\,k\,A^2 = \frac{1}{2}\,m\,v^2$$

CÀLCUL

$$E = \frac{1}{2} \cdot 100\ \text{N/m} \cdot 0{,}15\ \text{m}^2 = 1{,}13\ \text{J}$$

$$v = 0{,}15\ \text{m} \cdot \sqrt{100\ \text{N/m} / 0{,}25\ \text{kg}} = 3\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'energia inicial de la molla és **1,13 J** i la velocitat a l'equilibri és **3 m/s**.

6.32 El carro gran MITJÀ

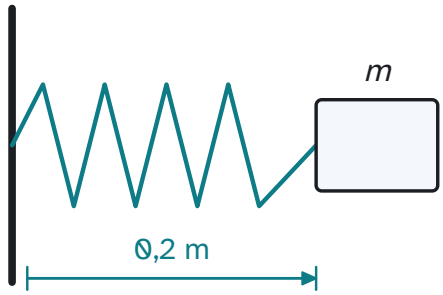


Figura 6.32. La cota és la compressió inicial de la molla.

Un carro de 4 kg és impulsat per una molla de 400 N/m comprimida 0,2 m, en un carril llis.

a) Quina energia té la molla?

b) Quina velocitat porta el carro a l'equilibri?

Solució

PLANTEJAMENT El pla és horitzontal i llis: el pes i la normal no treballen. L'energia de la molla a la compressió inicial es converteix en cinètica quan la deformació és zero.

EQUACIÓ

$$\frac{1}{2}\,k\,A^2 = \frac{1}{2}\,m\,v^2$$

CÀLCUL

$$E = \frac{1}{2} \cdot 400\ \text{N/m} \cdot 0{,}2\ \text{m}^2 = 8\ \text{J}$$

$$v = 0{,}2\ \text{m} \cdot \sqrt{400\ \text{N/m} / 4\ \text{kg}} = 2\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'energia inicial de la molla és **8 J** i la velocitat a l'equilibri és **2 m/s**.

RECULL

PROBLEMES

7 Problemes que barregen temes

Forces i energia en pistes llises, tir i energia, pèndol, lòpping i molles. En cap d'aquests enunciats hi ha fregament: quan es fa servir l'energia, es conserva.

P Problemes

7.1 El trineu als dos mètodes MITJÀ

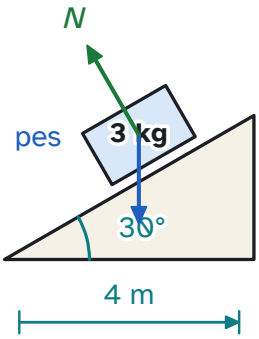


Figura 7.1. Recorregut de 4 m per un pla llis de 30°.

Un trineu de 3 kg parteix del repòs i recorre 4 m per un pla nevat llis de 30°. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina acceleració té, amb Newton?

b) Quina velocitat porta al final, amb l'energia?

Solució

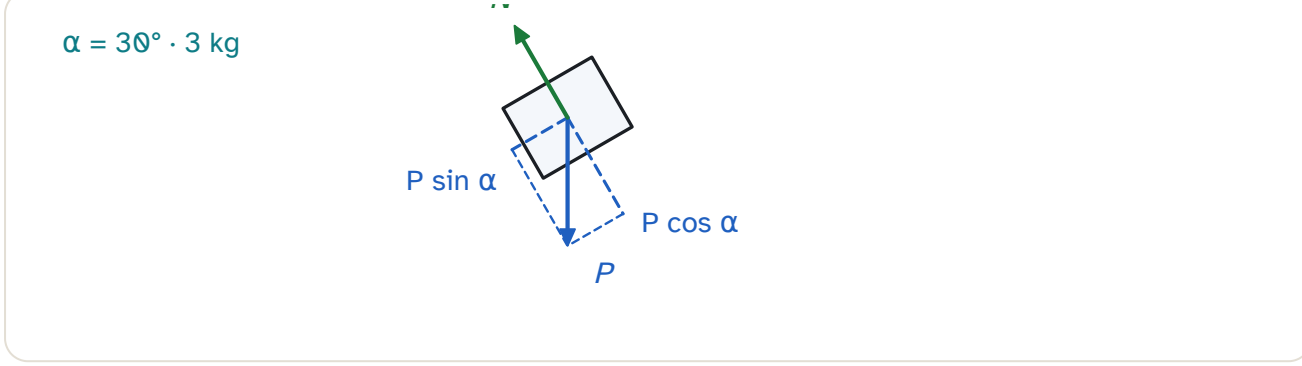


Figura 7.1b. El pes es descompon en P sin α, al llarg del pla, i P cos α, perpendicular al pla.

PLANTEJAMENT El pla és llis. Amb Newton, la resultant al llarg del pla és m g sin α i l'acceleració és g sin α. Amb l'energia, només importa el desnivell d sin α, i la velocitat al final, partint del repòs, és l'arrel de 2 g h. Els dos camins han de coincidir.

EQUACIÓ

$$a = g \sin\alpha$$

$$v = \sqrt{2\, g\, d} \sin\alpha$$

CÀLCUL

$$a = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot \sin 30^\circ = 4{,}9\ \text{m/s}^2$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 4\ \text{m} \cdot \sin 30^\circ} = 6{,}26\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'acceleració és **4,9 m/s²** i la velocitat al final del tram és **6,26 m/s**.

7.2 El monopatí a la rampa MITJÀ

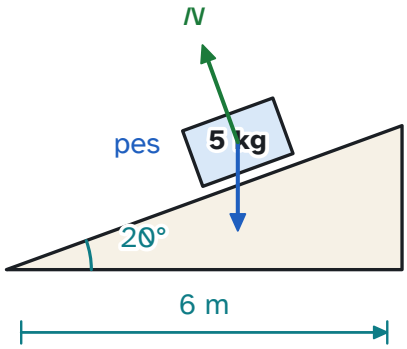


Figura 7.2. Recorregut de 6 m per un pla llis de 20°.

Un monopatí de 5 kg parteix del repòs i recorre 6 m per una rampa llisa de 20°. g = 9,8 m/s².

a) Quina acceleració té?

b) Quina velocitat porta al final?

Solució

α = 20° · 5 kg

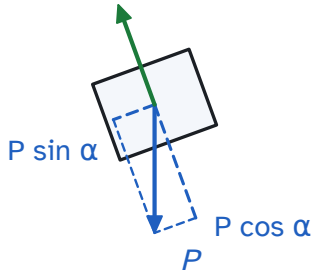


Figura 7.2b. El pes es descompon en P sin α, al llarg del pla, i P cos α, perpendicular al pla.

PLANTEJAMENT El pla és llis. Amb Newton, la resultant al llarg del pla és m g sin α i l'acceleració és g sin α. Amb l'energia, només importa el desnivell d sin α, i la velocitat al final, partint del repòs, és l'arrel de 2 g h. Els dos camins han de coincidir.

EQUACIÓ

$$a = g \sin\alpha$$

$$v = \sqrt{2\, g\, d} \sin\alpha$$

CÀLCUL

$$a = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot \sin 20^\circ = 3{,}35\ \text{m/s}^2$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 6\ \text{m}} \cdot \sin 20^\circ = 6{,}34\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'acceleració és **3,35 m/s²** i la velocitat al final del tram és **6,34 m/s**.

7.3 La caixa a la rampa de 45° MITJÀ

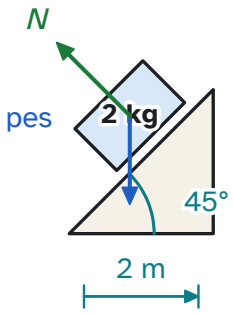


Figura 7.3. Recorregut de 2 m per un pla llis de 45°.

Una caixa de 2 kg parteix del repòs i recorre 2 m per una rampa llisa de 45°. g = 9,8 m/s².

a) Quina acceleració té?

b) Quina velocitat porta al final?

Solució

α = 45° · 2 kg

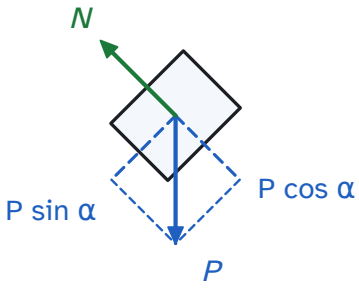


Figura 7.3b. El pes es descompon en P sin α, al llarg del pla, i P cos α, perpendicular al pla.

PLANTEJAMENT El pla és llis. Amb Newton, la resultant al llarg del pla és m g sin α i l'acceleració és g sin α. Amb l'energia, només importa el desnivell d sin α, i la velocitat al final, partint del repòs, és l'arrel de 2 g h. Els dos camins han de coincidir.

EQUACIÓ

$$a = g \sin\alpha$$

$$v = \sqrt{2\, g\, d \sin\alpha}$$

CÀLCUL

$$a = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot \sin 45^\circ = 6{,}93\ \text{m/s}^2$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 2\ \text{m} \cdot \sin 45^\circ} = 5{,}26\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'acceleració és **6,93 m/s²** i la velocitat al final del tram és **5,26 m/s**.

7.4 El carretó a la baixada MITJÀ

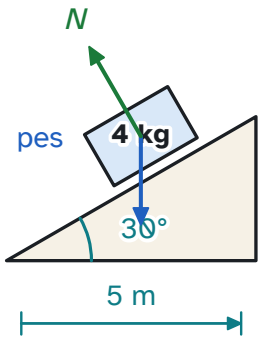


Figura 7.4. Recorregut de 5 m per un pla llis de 30°.

Un carretó de 4 kg parteix del repòs i recorre 5 m per un pla llis de 30°. g = 9,8 m/s².

a) Quina acceleració té?

b) Quina velocitat porta al final?

Solució

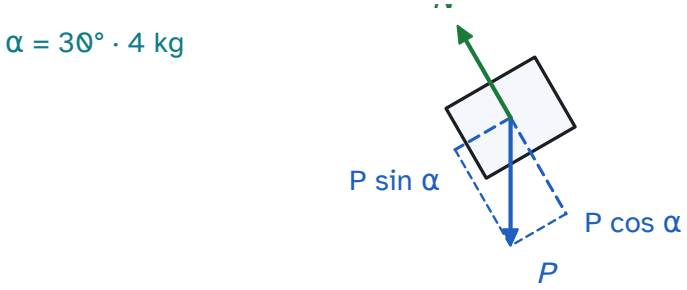


Figura 7.4b. El pes es descompon en P sin α, al llarg del pla, i P cos α, perpendicular al pla.

PLANTEJAMENT El pla és llis. Amb Newton, la resultant al llarg del pla és m g sin α i l'acceleració és g sin α. Amb l'energia, només importa el desnivell d sin α, i la velocitat al final, partint del repòs, és l'arrel de 2 g h. Els dos camins han de coincidir.

EQUACIÓ

$$a = g \sin\alpha$$

$$v = \sqrt{2\, g\, d \sin\alpha}$$

CÀLCUL

$$a = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot \sin 30^\circ = 4{,}9\ \text{m/s}^2$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 5\ \text{m} \cdot \sin 30^\circ} = 7\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'acceleració és **4,9 m/s²** i la velocitat al final del tram és **7 m/s**.

7.5 La pilota a 2 m d'altura MITJÀ

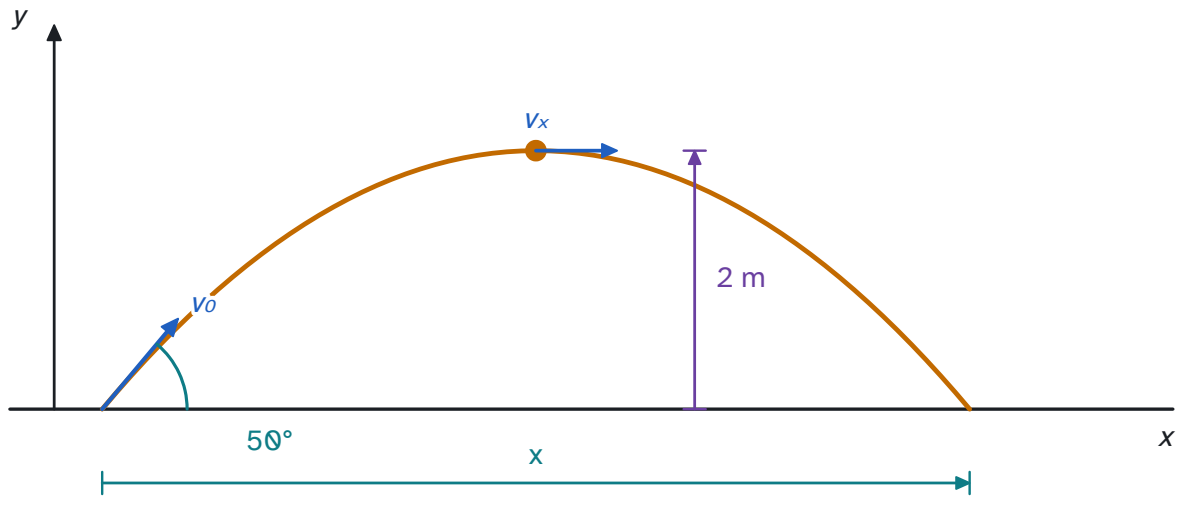


Figura 7.5. Es demana el mòdul a una altura concreta.

Una pilota surt del terra a 20 m/s. Quan és a 2 m d'altura, quin mòdul de velocitat porta? No facis servir el temps. Es negligeix l'aire. g = 9,8 m/s².

Solució

PLANTEJAMENT Sense resistència de l'aire l'energia mecànica es conserva. A una altura h la cinètica ha disminuït en el que ha guanyat la potencial. El mòdul no depèn de l'angle.

EQUACIÓ

$$\frac{1}{2} v_0^2 = \frac{1}{2} v^2 + g\,h$$

CÀLCUL

$$v = \sqrt{(20\ \text{m/s})^2 - 2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 2\ \text{m}} = 18{,}99\ \text{m/s}$$

RESULTAT A aquesta altura el mòdul de la velocitat és **18,99 m/s**.

7.6 La pedra a 1 m MITJÀ

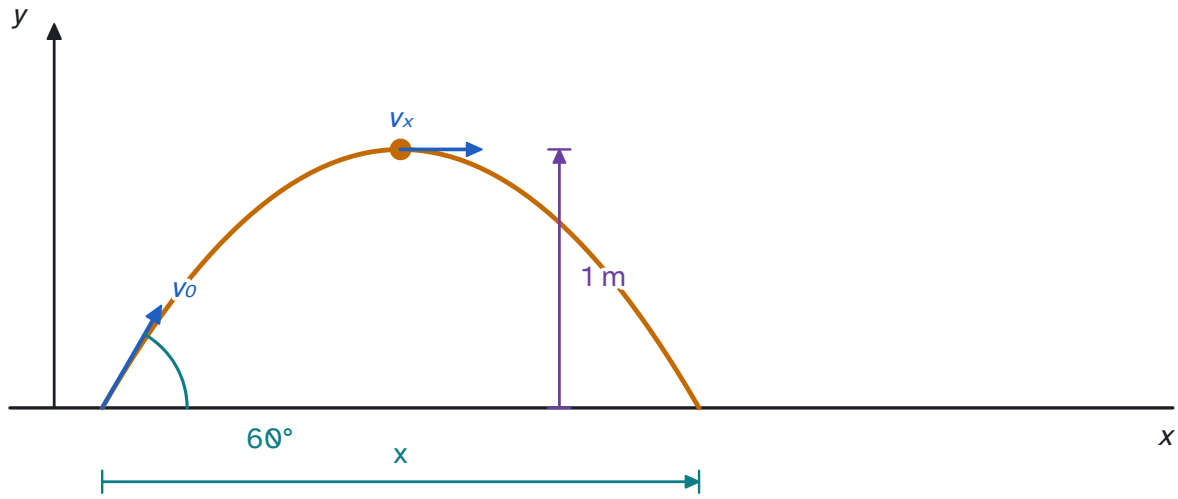


Figura 7.6. Es demana el mòdul a una altura concreta.

Una pedra surt del terra a 15 m/s. A 1 m d'altura, quin mòdul de velocitat porta? Conserva l'energia. g = 9,8 m/s².

Solució

PLANTEJAMENT Sense resistència de l'aire l'energia mecànica es conserva. A una altura h la cinètica ha disminuït en el que ha guanyat la potencial. El mòdul no depèn de l'angle.

EQUACIÓ

$$\frac{1}{2} v_0^2 = \frac{1}{2} v^2 + g\,h$$

CÀLCUL

$$v = \sqrt{(15\ \text{m/s})^2 - 2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 1\ \text{m}} = 14{,}33\ \text{m/s}$$

RESULTAT A aquesta altura el mòdul de la velocitat és **14,33 m/s**.

7.7 El globus a 0,5 m MITJÀ

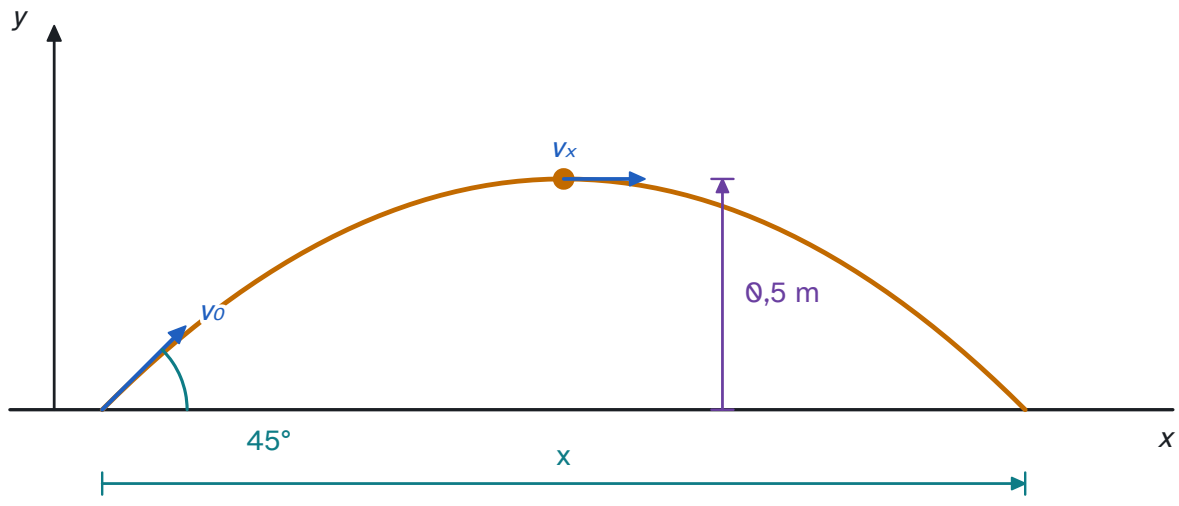


Figura 7.7. Es demana el mòdul a una altura concreta.

Un globus surt del terra a 12 m/s. A 0,5 m d'altura, quin mòdul de velocitat porta? g = 9,8 m/s².

Solució

PLANTEJAMENT Sense resistència de l'aire l'energia mecànica es conserva. A una altura h la cinètica ha disminuït en el que ha guanyat la potencial. El mòdul no depèn de l'angle.

EQUACIÓ

$$\frac{1}{2} v_0^2 = \frac{1}{2} v^2 + g\,h$$

CÀLCUL

$$v = \sqrt{(12\ \text{m/s})^2 - 2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 0{,}5\ \text{m}} = 11{,}58\ \text{m/s}$$

RESULTAT A aquesta altura el mòdul de la velocitat és **11,58 m/s**.

7.8 La tensió del pèndol de laboratori MITJÀ

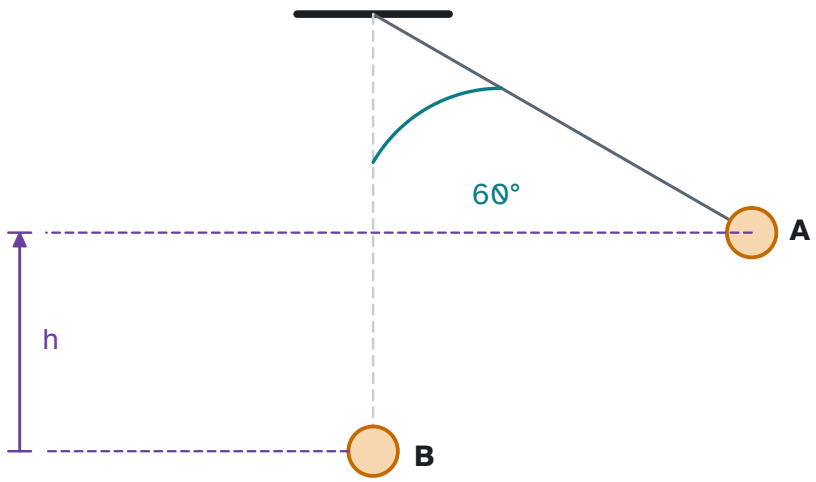


Figura 7.8. Es demana la corda al punt més baix.

Un pèndol de 0,5 kg i 2 m es deixa anar des de 60°. g = 9,8 m/s².

Quina tensió fa el fil en passar pel punt més baix?

Solució

PLANTEJAMENT Primer es troba la velocitat al punt baix conservant l'energia. Al punt baix la tensió és cap amunt i el pes cap avall, i el centre de la circumferència és a dalt: la resultant cap al centre és T − m g.

EQUACIÓ

$$v = \sqrt{2\,g\,L\,(1-\cos\theta)}$$

$$T - m\,g = m\,v^2 / L$$

CÀLCUL

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 2\ \text{m} \cdot (1-\cos 60^\circ)} = 4{,}43\ \text{m/s}$$

$$T = 0{,}5\ \text{kg} \cdot (4{,}43\ \text{m/s})^2 / 2\ \text{m} + 0{,}5\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 9{,}8\ \text{N}$$

RESULTAT Al punt baix la velocitat és **4,43 m/s** i la tensió és **9,8 N**.

7.9 La tensió del gronxador MITJÀ

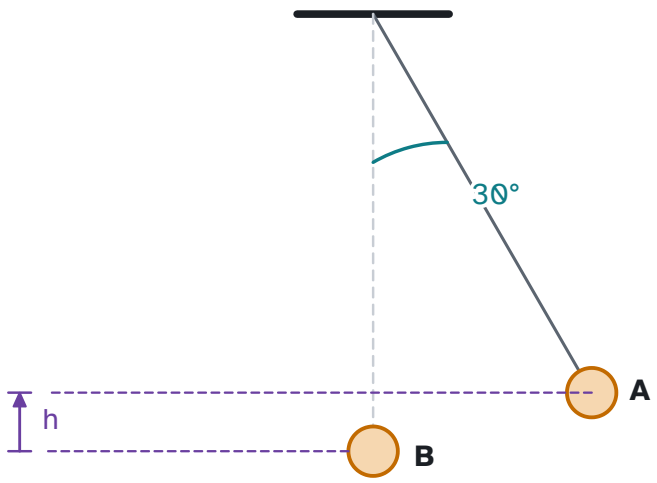


Figura 7.9. Es demana la corda al punt més baix.

Un gronxador de 2,5 m amb una criatura de 40 kg es deixa anar des de 30°. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

Quina tensió fan les cordes, en conjunt, al punt més baix?

Solució

PLANTEJAMENT Primer es troba la velocitat al punt baix conservant l'energia. Al punt baix la tensió és cap amunt i el pes cap avall, i el centre de la circumferència és a dalt: la resultant cap al centre és T − m g.

EQUACIÓ

$$v = \sqrt{2\, g\, L\, (1-\cos\theta)}$$

$$T - m\, g = m\, v^2 / L$$

CÀLCUL

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 2{,}5\ \text{m} \cdot (1-\cos 30^\circ)} = 2{,}56\ \text{m/s}$$

$$T = 40\ \text{kg} \cdot (2{,}56\ \text{m/s})^2 / 2{,}5\ \text{m} + 40\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 497{,}04\ \text{N}$$

RESULTAT Al punt baix la velocitat és **2,56 m/s** i la tensió és **497,04 N**.

7.10 La tensió del pèndol curt MITJÀ

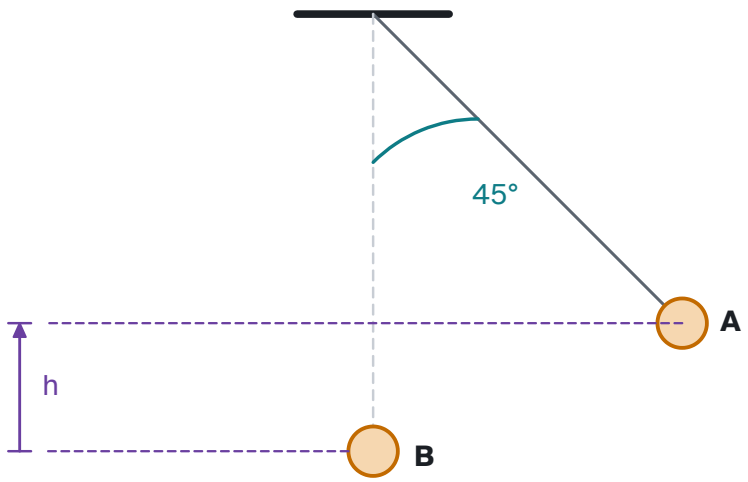


Figura 7.10. Es demana la corda al punt més baix.

Un pèndol de 0,3 kg i 1 m es deixa anar des de 45°. g = 9,8 m/s².

Quina tensió fa el fil al punt baix?

Solució

PLANTEJAMENT Primer es troba la velocitat al punt baix conservant l'energia. Al punt baix la tensió és cap amunt i el pes cap avall, i el centre de la circumferència és a dalt: la resultant cap al centre és T − m g.

EQUACIÓ

$$v = \sqrt{2\,g\,L\,(1-\cos\theta)}$$

$$T - m\,g = m\,v^2 / L$$

CÀLCUL

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 1\ \text{m} \cdot (1-\cos 45^\circ)} = 2{,}40\ \text{m/s}$$

$$T = 0{,}3\ \text{kg} \cdot (2{,}40\ \text{m/s})^2 / 1\ \text{m} + 0{,}3\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 4{,}66\ \text{N}$$

RESULTAT Al punt baix la velocitat és **2,40 m/s** i la tensió és **4,66 N**.

7.11 El lòpping de la pista MITJÀ

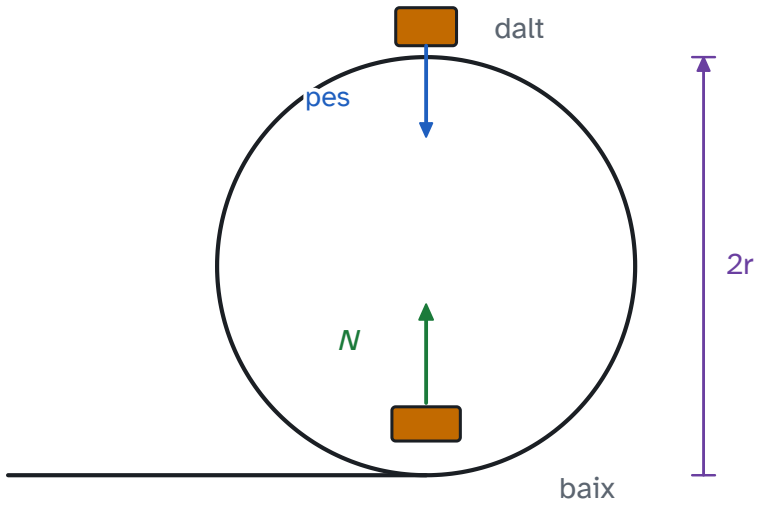


Figura 7.11. Per passar pel capdamunt cal prou altura.

Un carretó entra en un lòpping de 4 m de radi per una pista llisa. Es deixa caure des del repòs. $g = 9{,}8\ m/s^2$.

a) Quina velocitat mínima ha de portar al capdamunt?

b) Des de quina altura, mesurada des del terra, s'ha de deixar anar?

Solució

PLANTEJAMENT Al capdamunt, la velocitat mínima és la que fa nul·la la normal: el pes sol fa de força centrípeta, $v^2 = g\,r$. L'altura del capdamunt respecte del terra és 2r. Conservant l'energia des del repòs, $m\,g\,H = \tfrac{1}{2}\,m\,v^2 + m\,g\,(2r)$, i en surt $H = 2{,}5\,r$.

EQUACIÓ

$$v = \sqrt{g\,r}$$

$$H = 2{,}5\ \ r$$

CÀLCUL

$$v = \sqrt{9{,}8\ \ m/s^2 \cdot 4\ \ m} = 6{,}26\ \ m/s$$

$$H = 2{,}5 \cdot 4\ \ m = 10\ \ m$$

RESULTAT Al capdamunt porta **6,26 m/s** i cal deixar-lo anar des de **10 m**.

7.12 El loop de la maqueta MITJÀ

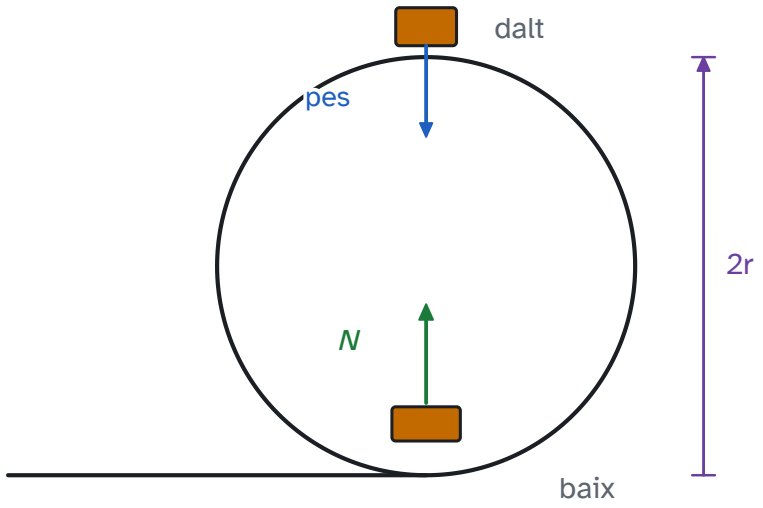


Figura 7.12. Per passar pel capdamunt cal prou altura.

Una boleta fa un loop de 2 m de radi en una pista llisa. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina velocitat mínima cal al capdamunt?

b) Des de quina altura s'ha de deixar anar, des del repòs?

Solució

PLANTEJAMENT Al capdamunt, la velocitat mínima és la que fa nul·la la normal: el pes sol fa de força centrípeta, $v^2 = g\,r$. L'altura del capdamunt respecte del terra és 2r. Conservant l'energia des del repòs, $m\,g\,H = \tfrac{1}{2}\,m\,v^2 + m\,g\,(2r)$, i en surt $H = 2{,}5\,r$.

EQUACIÓ

$$v = \sqrt{g\,r}$$

$$H = 2{,}5\ \ r$$

CÀLCUL

$$v = \sqrt{9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 2\ \text{m}} = 4{,}43\ \text{m/s}$$

$$H = 2{,}5 \cdot 2\ \text{m} = 5\ \text{m}$$

RESULTAT Al capdamunt porta **4,43 m/s** i cal deixar-lo anar des de **5 m**.

7.13 La molla que llança el bloc rampa amunt MITJÀ

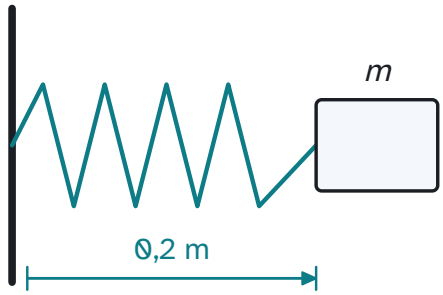


Figura 7.13. La compressió inicial fixa l'energia de la molla.

Una molla de 200 N/m, comprimida 0,2 m, llança un bloc de 0,5 kg per un pla horitzontal llis. Després el bloc entra en una rampa llisa. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina velocitat porta en deixar la molla, a l'equilibri?

b) Quina altura màxima puja, des del pla?

Solució

PLANTEJAMENT La molla, al pla llis, converteix l'energia elàstica en cinètica. Aquesta cinètica, a la rampa llisa, es converteix en potencial fins que el bloc s'atura. És el mateix que igualar l'energia de la molla amb m g h.

EQUACIÓ

$$\frac{1}{2}\,k\,A^2 = m\,g\,h$$

CÀLCUL

$$v = 0{,}2\ \text{m} \cdot \sqrt{200\ \text{N/m} / 0{,}5\ \text{kg}} = 4\ \text{m/s}$$

$$h = \frac{1}{2} \cdot 200\ \text{N/m} \cdot 0{,}2\ \text{m}^2 / (0{,}5\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2) = 0{,}82\ \text{m}$$

RESULTAT En sortir de la molla porta **4 m/s** i puja **0,82 m**.

7.14 El carro impulsat cap a la rampa MITJÀ

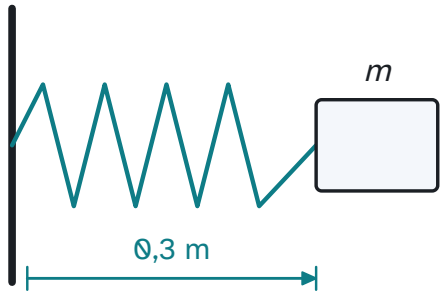


Figura 7.14. La compressió inicial fixa l'energia de la molla.

Una molla de 100 N/m, comprimida 0,3 m, impulsa un carro d'1 kg per un carril llis que després puja. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina velocitat porta a l'equilibri de la molla?

b) Quina altura màxima assoleix?

Solució

PLANTEJAMENT La molla, al pla llis, converteix l'energia elàstica en cinètica. Aquesta cinètica, a la rampa llisa, es converteix en potencial fins que el bloc s'atura. És el mateix que igualar l'energia de la molla amb m g h.

EQUACIÓ

$$\frac{1}{2}\,k\,A^2 = m\,g\,h$$

CÀLCUL

$$v = 0{,}3\ \text{m} \cdot \sqrt{100\ \text{N/m} / 1\ \text{kg}} = 3\ \text{m/s}$$

$$h = \frac{1}{2} \cdot 100\ \text{N/m} \cdot 0{,}3\ \text{m}^2 / (1\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2) = 0{,}46\ \text{m}$$

RESULTAT En sortir de la molla porta **3 m/s** i puja **0,46 m**.

7.15 La politja, per forces i per energia MITJÀ

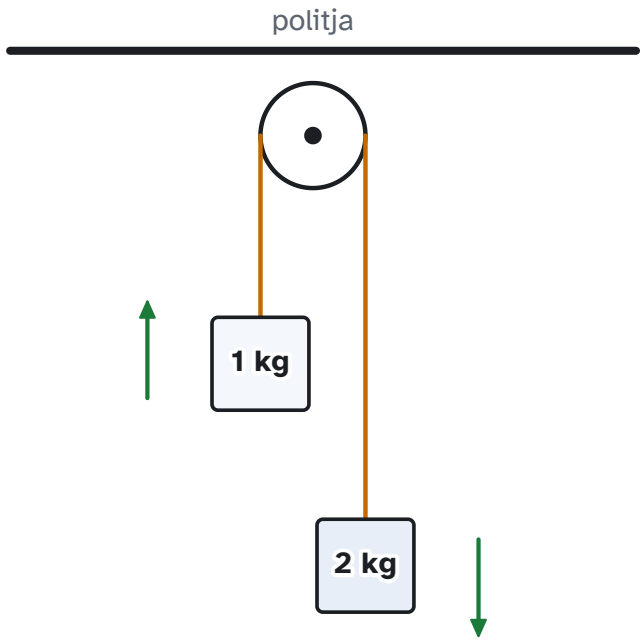


Figura 7.15. Les dues masses porten la mateixa rapidesa.

Dues masses d'1 kg i de 2 kg pengen d'una politja ideal i parteixen del repòs. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina acceleració tenen?

b) Quina velocitat porten quan la de 2 kg ha baixat 1 m?

Solució

PLANTEJAMENT Newton dona l'acceleració: la resultant és $(m_2 - m_1)\,g$. L'energia també es conserva, perquè la politja és ideal: la pèrdua d'energia potencial $(m_2 - m_1)\,g\,h$ es converteix en cinètica de les dues masses, que porten la mateixa rapidesa.

EQUACIÓ

$$a = (m_2 - m_1)\,g / (m_1 + m_2)$$

$$v = \sqrt{2\,(m_2 - m_1)\,g\,h\,/\,(m_1 + m_2)}$$

CÀLCUL

$$a = (2\ \text{kg} - 1\ \text{kg}) \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 / (1\ \text{kg} + 2\ \text{kg}) = 3{,}27\ \text{m/s}^2$$

$$v = \sqrt{2 \cdot (2\ \text{kg} - 1\ \text{kg}) \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 1\ \text{m} / (1\ \text{kg} + 2\ \text{kg})} = 2{,}56\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'acceleració és **3,27 m/s²** i, quan la massa grossa ha baixat 1 m, la velocitat és **2,56 m/s**.

7.16 Els cubells del pou MITJÀ

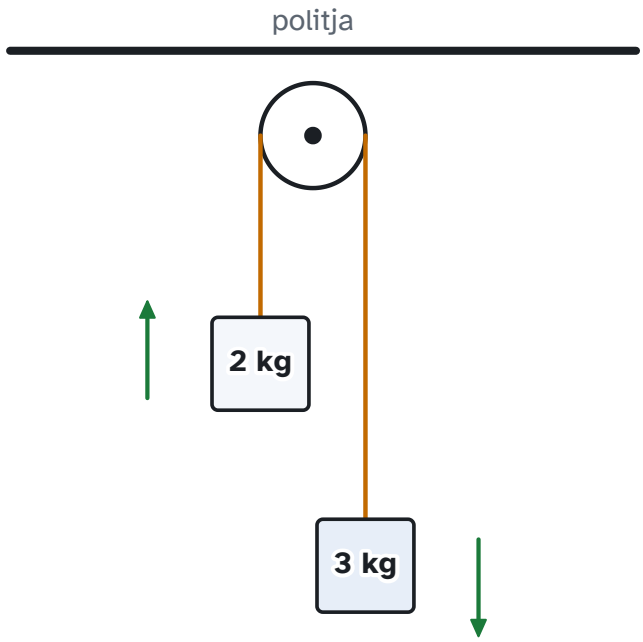


Figura 7.16. Les dues masses porten la mateixa rapidesa.

Dos cubells de 2 kg i 3 kg pengen d'una politja ideal i parteixen del repòs. $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) Quina acceleració tenen?

b) Quina velocitat porten quan el de 3 kg ha baixat 1,5 m?

Solució

PLANTEJAMENT Newton dona l'acceleració: la resultant és $(m_2 - m_1)\,g$. L'energia també es conserva, perquè la politja és ideal: la pèrdua d'energia potencial $(m_2 - m_1)\,g\,h$ es converteix en cinètica de les dues masses, que porten la mateixa rapidesa.

EQUACIÓ

$$a = (m_2 - m_1)\,g / (m_1 + m_2)$$

$$v = \sqrt{2\,(m_2 - m_1)\,g\,h\,/\,(m_1 + m_2)}$$

CÀLCUL

$$a = (3\ \text{kg} - 2\ \text{kg}) \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 / (2\ \text{kg} + 3\ \text{kg}) = 1{,}96\ \text{m/s}^2$$

$$v = \sqrt{2 \cdot (3\ \text{kg} - 2\ \text{kg}) \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 1{,}5\ \text{m} / (2\ \text{kg} + 3\ \text{kg})} = 2{,}42\ \text{m/s}$$

RESULTAT L'acceleració és **1,96 m/s²** i, quan la massa grossa ha baixat 1,5 m, la velocitat és **2,42 m/s**.

Crèdits

Autor: Macià Esteve Pallarès Pallarès.

Esquemes originals del llibre. Tipografies amb llicència SIL Open Font License 1.1: Source Serif, Atkinson Hyperlegible i Bricolage Grotesque.